

ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи



**ГЛЕБОВ Алексей Олегович**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ  
ТЕРМОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
Карпушкин Сергей Викторович

Тамбов – 2014

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ОБЗОР МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРЕССОВ.....	9
1.1 Конструкция гидравлических прессов.....	9
1.2 Конструкции нагревательных плит.....	11
1.3 Анализ существующих способов нагрева плит.....	14
1.4 Анализ применяемых методов теплового расчета прессового оборудования.....	16
1.4.1 Методы расчета индукционных нагревательных устройств.....	17
1.4.2 Методы расчета устройств с омическими нагревателями.....	19
1.5 Современные системы инженерного анализа для тепловых и электромагнитных расчетов.....	20
1.6 Применение автоматического регулирования для поддержания заданной температуры.....	22
1.7 Проектирование нестандартного прессового оборудования.....	23
Выводы по главе и постановка задачи исследования.....	26
2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НАГРЕВА ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ.....	29
2.1 Математическая модель индукционного нагрева одиночной плиты пресса.....	29
2.2 Математическая модель нагрева одиночной плиты с омическими нагревателями.....	40
2.3 Граничные условия, моделирующие влияние пресса на нагревательные плиты.....	42
2.4 Метод решения уравнений математической модели.....	48
2.5 Проверка адекватности математической модели индукционного нагрева одиночной плиты пресса.....	52
2.6 Проверка адекватности математической модели нагрева одиночной плиты пресса с омическими нагревателями.....	56
2.7 Моделирование нагрева плиты, пресс-форм и изделий с учетом автоматической стабилизации температуры.....	59
Выводы по главе.....	63
3 МЕТОДИКИ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ.....	65
3.1 Методика определения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов.....	65
3.2 Методика расчета мощности индукторов.....	76
3.3 Численный метод определения коэффициента эффективности излучения омических нагревателей.....	78

3.4 Численные методы, реализующие определение переменного шага по времени для решения задачи с учетом автоматической стабилизации температуры.....	82
3.4.1 Численный метод при использовании позиционного регулирования.....	82
3.4.2 Численный метод при использовании ПИД-регулирования.....	90
3.5 Тестирование разработанных численных методов, реализующих определение переменного шага по времени.....	94
Выводы по главе.....	98
<b>4 ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ.....</b>	<b>99</b>
4.1 Постановка задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты.....	99
4.2 Решение задачи оптимизации.....	99
4.2.1 Применение метода экспертных оценок.....	101
4.2.2 Применение теории планирования эксперимента.....	107
4.3 Расчет температурных полей при вулканизации резинотехнических изделий.....	121
4.4 Решение задачи высокотемпературного нагрева прессового оборудования.....	126
Выводы по главе.....	132
<b>ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.....</b>	<b>133</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>135</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А Программная реализация алгоритмов определения переменного шага по времени.....</b>	<b>146</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б Справка о практическом использовании результатов исследований на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш».....</b>	<b>155</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение конкурентоспособности промышленных предприятий связано с проектированием, разработкой и запуском в производство качественно новых образцов технологического оборудования. Достижение этих целей на современном этапе неразрывно связано с использованием методов математического моделирования, что позволяет получать надежные результаты для всестороннего описания и оптимизации реальных технических систем без необходимости изготовления дорогостоящих пилотных образцов.

Проблема проектирования технической системы с улучшенными технологическими характеристиками рассматривается на примере прессов для изготовления резинотехнических изделий (РТИ) и термообработки металлических деталей. Известно, что качество продукции, выпускаемой на данном оборудовании, определяется степенью равномерности температурного поля в объеме изделий и зависит от конструкции термонагруженных элементов прессового оборудования – нагревательных плит и пресс-форм. В настоящее время на производстве ставится задача получения равномерных температурных полей на рабочих поверхностях нагревательных плит. Считается, что такие плиты обеспечивают равномерный прогрев пресс-форм и изделий и могут использоваться для выпуска продукции широкого ассортимента.

В современных плитах используется, как правило, индукционный вид нагрева ввиду его надежности и легкости автоматизации. Однако при высоких рабочих температурах целесообразнее применение омических нагревателей.

Для исследования термонагруженных элементов технической системы, предназначенной для изготовления РТИ и термообработки металлических деталей, необходимо рассматривать комплекс электрических, магнитных и тепловых процессов. При этом особую сложность представляет учет нелинейных характеристик материалов плит и нагревателей.

Вопросы моделирования тепловых процессов в термонагруженных элементах прессового оборудования и задачи расчета устройств индукционного нагрева рассматривались в работах А.Б. Кувалдина, В.Б. Демидовича, Е.Н.

Малыгина, С.В. Карпушкина, J.-L. Coulomb, K. Muramatsu, N. Takahashi, A. Canova, D.P. Labridis.

В связи с вышеизложенным разработка математических моделей тепловых процессов в термонагруженных элементах прессового оборудования и вычислительных методов их исследования является актуальной.

Работа выполнялась в рамках Государственного контракта № 02.740.11.0624 «Методы, алгоритмы и программное обеспечение разработки виртуальных моделей технических объектов для обучения специалистов и создания прикладных информационных систем» в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

**Целью работы** является разработка численных методов, алгоритмов и программ расчета температурных полей термонагруженных элементов прессового оборудования и изделий, в том числе с учетом автоматической стабилизации температуры, для решения задач минимизации перепадов температур на рабочих поверхностях плит и в объеме изделий.

Для достижения поставленной цели требуется решение следующих задач:

- 1) разработать математические модели процесса нагрева одиночных плит с индукционными и омическими нагревателями;
- 2) разработать алгоритм решения задачи индукционного нагрева;
- 3) осуществить формализованную постановку задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты;
- 4) разработать алгоритм решения задачи оптимизации;
- 5) разработать математическую модель нагрева системы «плита – пресс-форма – изделие» в режиме автоматической стабилизации температуры;
- 6) разработать эффективные численные методы расчета температурных полей системы «плита – пресс-форма – изделие» в режиме автоматической стабилизации температуры.

**Объектом исследования** в работе являются электромагнитные и тепловые процессы нагрева прессового оборудования.

**Предметом исследования** являются математические модели процесса нагрева прессового оборудования с учетом автоматической стабилизации температуры, алгоритмы решения уравнений модели и оптимизации конструктивных характеристик прессового оборудования.

**Методы исследования.** В работе использовались методы математического моделирования, оптимизации, планирования эксперимента, а также метод конечных элементов (МКЭ).

**Научная новизна.**

1. В результате комплексного исследования проблемы нагрева термонагруженных элементов технической системы разработана нелинейная математическая модель, отличающаяся использованием дифференциальных уравнений электромагнитного поля для расчета тепловыделений от вихревых токов.

2. С применением технологии вычислительного эксперимента на нелинейной двумерной электромагнитной модели ферромагнитного тела разработана методика определения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов, позволяющая свести нелинейную электромагнитную задачу к линейной.

3. Реализован эффективный численный метод решения уравнений математической модели нагрева термонагруженных элементов технической системы с учетом автоматической стабилизации температуры, включающий алгоритмы определения переменного шага по времени в МКЭ, позволяющий сократить время расчета в среднем с 30 до 4 часов без потери точности по отношению к решениям с постоянным шагом.

4. Разработан и протестирован эффективный численный метод определения коэффициента эффективности излучения омических нагревателей, основанный на расчете МКЭ суммарного теплового потока на тепловоспринимающей поверхности нагреваемого тела, позволяющий учитывать тела произвольной формы, непрозрачные тепловому излучению.

### **Практическая значимость.**

1. Предложена методика расчета температурных полей РТИ в процессе их вулканизации на прессе с плитами индукционного нагрева, применение которой позволило сформулировать рекомендации для оптимизации закона регулирования температуры, конструкции плит и пресс-форм для изготовления различных не крупногабаритных РТИ.

2. На основе комплексного анализа стационарных и нестационарных тепловых процессов в РТИ выявлены параметры, изменение которых оказывает определяющее влияние на температурные поля РТИ различных конструкций: для более простых РТИ – параметры системы обогрева и закон управления температурой плит, для более сложных РТИ – конструкция пресс-форм.

3. Произведена оптимизация конструкции промышленной индукционной нагревательной плиты вулканизационного пресса, позволившая уменьшить степень неравномерности температурного поля рабочей поверхности более чем в 2 раза.

4. Получены эмпирические уравнения для определения магнитной проницаемости ферромагнитной стали 45 в зависимости от магнитодвижущей силы индуктора с размером паза 25x25 мм.

5. Найдены параметры плиты (мощности и геометрия омических нагревателей, материалы системы обогрева, конфигурация теплоизоляции, параметры регуляторов) пресса для высокотемпературной обработки изделий из металлов при повышенном давлении. Плита прошла апробацию и внедрена на предприятии военно-промышленного комплекса РФ.

**Соответствие диссертации паспорту специальности.** Результаты научного исследования соответствуют пунктам 3, 4, 5 паспорта специальности научных работников.

**Апробация работы.** По результатам исследования сделан ряд докладов на – Международных конференциях: «Математические методы в технике и технологиях» (Пенза, 2011; Волгоград, 2012; Нижний Новгород, 2013; Тамбов, 2014), «Информатика: проблемы, методология, технологии» (Воронеж, 2012;

Воронеж, 2014), «Информационные системы и технологии» (Москва, 2012), «Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент» (Тамбов, 2013); – Всероссийских конференциях: «Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент» (Тамбов, 2009; Тамбов, 2010), «Информационные и социальные технологии в современном обществе» (Липецк, 2010), «Проведение научных исследований в области информационно-телекоммуникационных технологий» (Москва, 2010).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 19 печатных работ; из них 4 статьи в журналах из списка, рекомендованного ВАК РФ; 11 тезисов докладов на международных и всероссийских конференциях; 2 статьи в журналах, входящих в реферативные базы ISI Web of Science и Scopus; 1 монография; 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, приложений и библиографического списка из 111 наименований. Объем диссертационной работы составляет 155 страниц, включая 73 рисунка и 12 таблиц.



# **1 ОБЗОР МЕТОДОВ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЛИТ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРЕССОВ**

Спектр применения гидравлических прессов, оснащенных нагревательными плитами, достаточно широк и охватывает производство резинотехнических изделий (РТИ), древесноволокнистых плит (ДВП), композиционных материалов и изделий из пластмасс методом горячего прессования [1-3]. Также данные прессы востребованы в производстве высокоточных изделий из металлов на технологических операциях правки и отпуска. Наибольшее внимание при этом уделяется температурным режимам в процессе изготовления продукции. Анализ технологических процессов показывает, что наиболее строгие требования к равномерности температурных полей нагревательных плит предъявляются при изготовлении крупногабаритной продукции, а также на многоассортиментных производствах. В зависимости от технологического процесса рабочая температура плит варьируется в диапазоне от 150°С при вулканизации РТИ до 550°С при отпуске металлических деталей.

## **1.1 Конструкция гидравлических прессов**

На рис. 1.1 представлена конструкция вулканизационного пресса с гидравлическим приводом производства ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» [4]. Пресс является двухэтажным, в котором используется индукционный способ нагрева плит. Пресс этого типа развивает максимальное усилие 250 МН, размеры плит – 600×600 мм.

Технологический процесс изготовления РТИ начинается с разогрева плит и пресс-форм до рабочей температуры. Для минимизации теплотерь и более равномерного прогрева нагревательные плиты 4 пресса на этой стадии сомкнуты. При достижении заданной температуры плиты размыкаются для зарядки пресс-форм резиновой смесью. Далее плиты с размещенными на них заряженными пресс-формами вновь смыкаются, при этом происходит формование изделий и плотное замыкание пресс-форм между плитами. Заданные при помощи

регуляторов шкафа управления 7 необходимые температуры плит и давление смякания, в том числе время подпрессовок, поддерживаются при помощи контроллеров. Регулирование температуры осуществляется по двухпозиционному закону на основе показаний температуры одной или нескольких контрольных термодатчиков. По окончании процесса вулканизации плиты размыкаются, происходит извлечение готовых РТИ и перезарядка пресс-форм [5, 6].



Рис. 1.1 – Пресс гидравлический вулканизационный 250-600 2Э  
 1 – корпус пресса; 2 – верхняя поперечина; 3 – теплоизоляционные плиты; 4 – нагревательные плиты; 5 – подвижный стол; 6 – плунжер; 7 – шкаф управления

Для уменьшения тепловых потерь и защиты гидравлической системы пресса от перегрева используются теплоизоляционные плиты 3. При температурах до 400°C в отечественной практике традиционно применяются асбестосодержащие материалы, например, ацэид (ГОСТ 4248-92). При более высоких температурах волокна асбеста теряют химически связанные молекулы воды, что становится

причиной его разрушения [7]. Европейские заменители ацзида, обладающие низкой теплопроводностью и высокой механической прочностью, представлены, в основном, компанией RÖCHLING [8], выпускающей композиционные материалы Glathern [9] с максимальной эксплуатационной температурой 250°C и THERMALITE [10], используемый при температурах до 500°C. При более высоких температурах (до 700°C) требованиям механической прочности и теплоизоляционных качеств удовлетворяет композиционный материал на основе цемента – ФОРТЕРМ Н91 [11].

## 1.2 Конструкции нагревательных плит

Основными элементами индукционной плиты являются (см. рис. 1.2):

- основание, в котором фрезеруются пазы под индукторы и под крепежные пластины;
- индукторы, представляющие собой катушки из изолированных проводов в форме пазов;
- крышка, закрывающая индукторы.

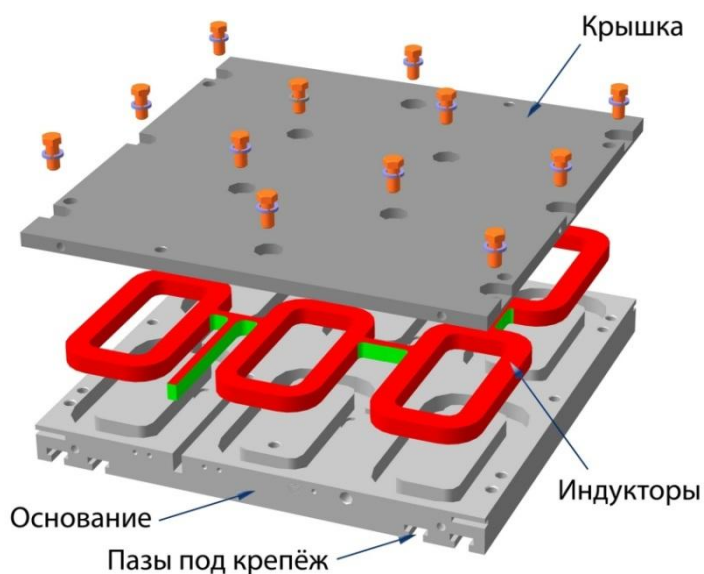


Рис. 1.2 – Конструкция плиты с индукционными нагревателями

Индукторы чаще всего изготавливают из терmostойкого медного провода (например, ПОЖ 1,7 ТУ 16-505.399-77), основания и крышки плит – из ферромагнитной стали. Изготовленный на намоточном станке индуктор обвязывают слюдинитовой лентой, концы покрывают терmostойкой органосиликатной композицией [12]. Индукторы укладываются в соответствующие пазы и соединяются. По окончании монтажа пазы полностью заливаются вышеупомянутой композицией. На ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» используется органосиликатная композиция ОС-82-05 – антикоррозионное терmostойкое защитное покрытие, соответствующее ТУ 84-725-78.

Плиты омического типа отличаются принципом действия и конструкцией нагревателей. Тепло в них выделяется по закону Джоуля-Ленца вследствие прохождения электрического тока. В качестве материалов нагревателей применяют сплавы с высоким удельным электрическим сопротивлением – как правило, нихром или фехраль [13]. Более высокими значениями рабочей температуры (до 1350 °С) и удельного сопротивления обладает фехраль. Ввиду отсутствия в составе никеля цена данного сплава ниже, чем у нихрома. Благодаря содержанию алюминия, образующего прочную оксидную пленку, фехраль обладает высокой коррозионной стойкостью. Главный недостаток фехрали, ограничивающий ее применение, связан с повышенной хрупкостью сплава. Элементы нагревателей, подвергавшиеся нагреву свыше 900-1000°С, вследствие изменения структуры сплава приобретают необратимую хрупкость, что затрудняет их ремонт и эксплуатацию. Резкие изменения мощности нагревателей из фехрали приводят к образованию микротрещин из-за разных коэффициентов линейного расширения оксидной пленки и материала сплава. По этой причине фехральевые нагреватели могут использоваться только в комплексе с регуляторами, реализующими непрерывный закон управления, который предусматривает плавное изменение мощности. Также данный сплав обладает низким сопротивлением ползучести. Данное свойство может проявляться в виде значительного удлинения нагревателей в процессе работы.

Максимальная рабочая температура нихрома составляет 1200 °С. Главное преимущество над фехралью заключается в высокой пластичности, нихром не склонен к образованию микротрещин.

Омические нагреватели чаще всего изготавливают в виде спиралей с шагом намотки не менее  $2d$  для нихрома и не менее  $2,5d$  для фехрала ( $d$  – диаметр проволоки). Для изоляции спирали применяют керамические бусы – кольца со сферической или конической разделкой кромок. Данный способ изоляции отличается простотой монтажа, но характеризуется низкой эффективностью передачи тепла от нагревателя к плите.

Помимо керамических бус в качестве электроизоляции применяют электротехнический периклаз – смесь порошков из оксидов магния, кремния и алюминия (ГОСТ 13236-83). На рис. 1.3 показан процесс размещения спирального нагревателя в пазах плиты.



Рис. 1.3 – Монтаж омического нагревателя

Нагреватель укладывается на слой утрамбованного периклаза, центрирование осуществляется с помощью керамических трубок. После укладки нагревателя паз полностью засыпается периклазом и заливается органосиликатной композицией, способствующей спеканию порошка при нагреве. Образованный таким образом твердый изолятор обладает относительно высоким коэффициентом теплопроводности при рабочих температурах (1-5 Вт/(м·К)) [14]. По сравнению с изоляцией при помощи керамических бус изоляция на основе периклаза позволяет снизить рабочую температуру нагревателя при прочих равных условиях. Данная технология разработана и применяется на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш».

Кроме спиральных нагревателей, укладываемых в пазы нагревательной плиты, могут применяться трубчатые электронагреватели (ТЭНы). Внутри стальных трубок также располагается спираль, а для изоляции используется электротехнический периклаз. Как правило, для нагревательных плит применяют прямолинейные ТЭНы, соответствующие ГОСТ 13268-83, которые вставляются в специальные отверстия на торцевых поверхностях плиты. Такой способ размещения нагревателей отличается возможностью быстрой замены ТЭНа в случае его выхода из строя. Однако конструкция нагревательных плит, оснащенных прямолинейными ТЭНами, обладает малым потенциалом для оптимизации температурного поля – перепад температур на рабочей поверхности в большинстве случаев получается значительно больше, чем у рассмотренных выше плит. Кроме того, между ТЭНами и стенками отверстий плиты неизбежно образование воздушных зазоров, которые негативно отражаются как на температурном поле рабочей поверхности, так и на работе самого нагревателя, сокращая его срок службы.

### **1.3 Анализ существующих способов нагрева плит**

В настоящее время на производстве применяются следующие способы нагрева плит:

- паровой;

- водяной;
- омический;
- индукционный.

Паровой способ используется для нагрева плит до температур 180-200°C, достаточных для проведения вулканизации большинства резиновых смесей. Данный способ нагрева является малоэффективным – для форматоров-вулканизаторов КПД составляет 6-9 % [15]. Температурное поле, формируемое на рабочих поверхностях паровых плит, не отличается высокой степенью равномерности, поскольку технически трудно локализовать подогрев плиты вблизи теплоотдающих поверхностей. В настоящее время паровой способ нагрева применяется достаточно редко.

Нагрев горячей водой, протекающей в каналах плит, применяют только в тех случаях, когда после прессования требуется охлаждение изделий. Например, такая технология используется при производстве плит из термопластов [3].

Применение в настоящее время омического способа нагрева плит обусловлено в основном двумя причинами: более низкой себестоимостью изготовления плит и трудностями организации высокотемпературного нагрева другими способами. Максимальная температура нагрева ограничивается лишь теплостойкостью применяемой стали. Для омического способа, в отличие от индукционного, не характерно сильное падение мощности при повышении температуры. Главный недостаток данного способа – недолговечность нагревательных элементов.

Для нагрева плит до 250°C наиболее перспективно применение индукционного способа, обладающего следующими преимуществами:

- продолжительным периодом эксплуатации до выхода из строя индукторов;
- возможностью концентрации значительных мощностей в небольших объемах
- простотой автоматизации процесса нагрева, обусловленного возможностью применения позиционных регуляторов.

При более высоких температурах применение индукционного способа принципиально возможно, но осложняется следующими факторами. Во-первых, максимальная рабочая температура медных проводов, из которых обычно изготавливаются индукторы, составляет  $250^{\circ}\text{C}$ . При больших значениях меняется структура меди [16-18]. Во-вторых, в процессе нагрева растет удельное электрическое сопротивление материала плиты, что приводит к заметному снижению выделяемой мощности. На фоне увеличивающихся теплопотерь темп нагрева носит сильно нелинейный характер. В-третьих, для достижения высоких температур требуется повышенная мощность, развить которую возможно лишь за счет увеличения частоты питающего тока до десятков килогерц. Силовые устройства, обеспечивающие повышение частоты, приводят к значительному удорожанию пресса в целом. В работе [19] рассматриваются вопросы разработки новых, более эффективных индукционных нагревателей, работающих на постоянном токе. Однако для реализации такой технологии требуется вращение нагреваемого тела, что в случае рассматриваемых нагревательных плит принципиально невозможно.

Необходимо отметить, что индукционный нагрев на промышленной частоте тока (50 Гц) применим только для плит из ферромагнитной стали.

#### **1.4 Анализ применяемых методов теплового расчета прессового оборудования**

Целью теплового расчета элементов прессового оборудования является определение характеристик нагревателей, обеспечивающих заданный темп нагрева плит. При этом для оптимизации конструктивных характеристик нагревательных плит дополнительно требуется решение задачи расчета температурных полей.

В зависимости от типа нагревателей могут применяться различные методы теплового расчета.



### 1.4.1 Методы расчета индукционных нагревательных устройств

Для расчета устройств индукционного нагрева ферромагнитной стали (ИНФС) разработаны инженерные методики, которые базируются на математическом описании процесса нагрева. Из-за сложности ИНФС, определяемой разнообразием конфигураций электромагнитных полей в разных типах систем «индуктор – загрузка» и нелинейных характеристик стали, невозможно создать единую математическую модель всех устройств, по крайней мере, в настоящее время, и, более того, для создания ряда моделей необходимо использовать различные методы исследования. Последнее обстоятельство диктуется стремлением получить наиболее удобную и точную математическую модель простейшим методом.

Методы расчета устройств ИНФС можно подразделить на аналитические и численные. В зависимости от формы записи исходных основных уравнений аналитические методы делят на дифференциальные и интегральные. Такие аналитические методы, как метод конформных преобразований, метод изображений, метод разделения переменных, применительно к ИНФС использовать очень трудно [20], и в качестве удачного примера можно указать лишь работу Л.Р. Неймана [21], в которой рассмотрено полубесконечное ферромагнитное тело.

Практическое применение численных методов решения дифференциальных и интегральных уравнений началось только с развитием цифровых ЭВМ. Фактически для расчета устройств индукционного нагрева численные методы стали применяться с начала 60-х годов [22]. Среди численных методов для математического моделирования ИНФС особую эффективность показал метод конечных элементов (МКЭ) [23-29], позволяющий решать широкий круг задач.

Современное состояние задачи электромагнитного расчета устройств ИНФС характеризуется значительными сложностями при решении нелинейных трехмерных дифференциальных уравнений электромагнитного поля. Анализ литературы по тематике исследования показал, что ранее рассматривались похожие задачи, но в упрощенной постановке. Например, в [30] изучается

индукционный нагрев тел канонической формы с последующим термостатированием. В качестве объекта исследования автор [31] использует индукционный нагрев ответственных деталей технических систем в процессе термопластического упрочнения. В работе [32] рассматривается нагрев металлических заготовок канонической формы под обработку давлением. Для указанных работ характерно решение поставленных задач в двумерной осесимметричной постановке, причем параметры технологического процесса остаются неизменными.

Математические модели трехмерных индукционных устройств с нелинейными характеристиками, приведенные в работах [33-38] применимы для решения узкого класса задач, отличающихся простотой геометрического описания.

Авторы работы [39] предлагают упрощенный подход к моделированию трехмерных электромагнитных полей в нелинейных ферромагнитных средах, который заключается в переходе к линейной постановке при ряде допущений. Для расчета магнитной проницаемости, требуемой в линейном расчете, используются одномерные модели поверхностных слоев ферромагнитного материала. При этом для лучшей сходимости предлагается аппроксимация кривой намагничивания линейной зависимостью. Область применения данного подхода ограничена условием параллельности магнитной индукции поверхностям ферромагнитного тела, что не всегда выполняется в случае индукционных нагревательных плит. В качестве примера в работе [39] рассматривается задача расчета вихревых токов в телах, образованных параллелепипедами.

В работе [40] приводится решение задачи индукционной закалки зубчатых колес в трехмерной постановке с помощью системы конечно-элементного анализа FLUX3D [41]. Решение нелинейной электромагнитной задачи удалось получить благодаря значительному сокращению расчетной области: в работе рассматривается фрагмент зубчатого колеса.

Проведение расчета температурных полей индукционных устройств при известном распределении тепловыделений от вихревых токов на современном

этапе развития вычислительной техники не представляет существенных затруднений. В качестве примера применения аналитических (метод конечных интегральных преобразований [42]) и численных методов (МКЭ) расчета температурных полей прессового оборудования можно привести работу С.В. Карпова [43], в которой тепловыделения определялись с помощью эмпирических зависимостей по методике А.Б. Кувалдина [44].

#### **1.4.2 Методы расчета устройств с омическими нагревателями**

Тепловой расчет устройств, оснащенных омическими нагревателями, отличается от расчета индукционного оборудования только методом определения тепловыделений. В основе методов расчета поперечного сечения нагревателей лежит допущение о том, что теплообмен между нагревателем и нагреваемым телом, разделенных диатермической средой, происходит только за счет излучения [45, 46], что справедливо для высокотемпературного нагрева. Наличие конвекции и теплопроводности увеличивают суммарный тепловой поток от нагревателя, снижая тем самым его рабочую температуру. Т.е. данное допущение «работает» на увеличение срока службы нагревателей и не влияет на выделяемую мощность.

Для упрощения расчетов омических нагревателей в середине XX столетия было введено понятие идеального нагревателя, образующего с нагреваемым телом бесконечные параллельные плоскости [45], для которого поверхностная мощность, необходимая в расчете поперечного сечения, определяется по закону Стефана-Больцмана. Для перехода к реальному нагревателю введено понятие коэффициента эффективности излучения, который равен отношению средней поверхностной мощности реального нагревателя к поверхностной мощности идеального нагревателя.

Значения коэффициента эффективности излучения для различных систем определялись экспериментально и приводились в виде таблиц и графиков. Однако все исследования в этой области касались только электропечей, предназначенных для термообработки сталей. Таким образом, данные по коэффициенту эффективности излучения омических нагревателей, размещаемых внутри плит

прессов, отсутствуют в справочной литературе [45, 47]. Ситуация осложняется наличием электроизоляционных тел (например, керамических бус) между нагревателем и стенками паза плиты, толщиной которых нельзя пренебречь.

Для расчета поперечного сечения нагревателей, полностью изолированных непрозрачной для теплового излучения средой (например, периклазом), используют экспериментальные данные, не учитывающие геометрию и теплопроводность изолятора.

Методики расчета ориентировочного срока службы нагревателей представлены в [13].

### **1.5 Современные системы инженерного анализа для тепловых и электромагнитных расчетов**

Первые программные комплексы, в которых реализован МКЭ, были разработаны в 60-х годах. К ним относятся STRUDL-II, SAP-IV, NONSAP, ASKA, NASTRAN, SESAM-69 и другие. Появлению этих универсальных программных систем в силу особенностей МКЭ предшествовало создание высокопроизводительных ЭВМ, таких, например, как IBM-370. В конце 70-х годов в СССР появилось несколько десятков программных комплексов для разных ЭВМ, в которых был реализован МКЭ. К их числу относятся МИРАЖ, МОРЕ, КАСКАД-2, ПРОЧНОСТЬ-75, МКЭ/20, МАРС, ПАРСЕК, ЛИРА, СПРИНТ, FEA и ряд других программ [48].

Дальнейшее развитие МКЭ и необходимость в проведении расчетов конструкций на прочность способствовали дальнейшему развитию уже созданных программных комплексов и разработке новых. Были разработаны сотни программных комплексов, предназначенных для приближенного решения самых разнообразных задач не только из области механики деформируемого твердого тела, но и из таких областей, как гидродинамика, акустика, электротехника и т.д. Наибольшее распространение из них получили: ABAQUS, ADINA, ASKA/DYNAN, ANSYS, COMSOL, MARS, MSC/NASTRAN, EUFEMI, COSMOS, HERCULE, MODULEF, SAP-7, LS-DYNA, ELCUT, CST Studio Suite, FLUX3D.

Ниже приведено описание наиболее распространенных систем конечно-элементного анализа, позволяющих моделировать процессы индукционного нагрева.

**COMSOL Multiphysics** [49] – программный пакет, предназначенный для расчета полей различной физической природы: механических, тепловых, электромагнитных и гидродинамических.

Для решения электромагнитных и тепловых задач в COMSOL Multiphysics используются модули AC/DC и Heat Transfer соответственно.

**ELCUT** [50] – комплекс программ для моделирования электромагнитных, тепловых и механических полей. Разработчик – ООО "ТОР", Санкт-Петербург. Недостатком данного пакета является невозможность моделирования трехмерных полей.

**CST Studio Suite** [51] – комплекс программ, предназначенный, главным образом, для моделирования электромагнитных явлений различной природы: расчета СВЧ устройств, анализа статических и низкочастотных полей, исследования поведения заряженных частиц в электромагнитных полях. Для расчета тепловых полей используется специальный модуль.

**ANSYS** [52] – универсальная система конечно-элементного анализа, один из мировых лидеров в области компьютерного инжиниринга (CAE, Computer-Aided Engineering) и конечно-элементного решения различных физических задач (механики жидкости и газа, теплопередачи и теплообмена, электродинамики и акустики). Первая реализация программы была представлена в 1970 г.

Программная система ANSYS является широко известной CAE-системой мирового уровня, которая используется на таких всемирно известных предприятиях, как BMW, Caterpillar, Daimler-Chrysler, Exxon, FIAT, Ford, General Electric, Lockheed Martin, Meyer Werft, Siemens, Shell, Volkswagen-Audi и др., а также применяется на многих ведущих предприятиях промышленности РФ.

Преимуществом данного пакета является его универсальность, т.е. возможность решения практически любых физических задач, описываемых системами дифференциальных уравнений в частных производных.

## 1.6 Применение автоматического регулирования для поддержания заданной температуры

Наиболее длительной и требовательной к равномерности прогрева рабочих поверхностей плит в цикле работы пресса является стадия выдержки или поддержания заданной температуры.

Работа пресса с нагревательными плитами с позиции управления температурой имеет следующие особенности [53, 54]:

- разогрев составляет значительную долю времени работы;
- качество процесса определяется температурным режимом в течение всего цикла;
- основными возмущающими факторами при управлении процессом нагрева являются колебания температуры окружающей среды и нестабильность теплофизических свойств (в случае изготовления РТИ);

Автор работы [53] считает, что управление процессом вулканизации с позиции энергосбережения является актуальной и исключительно сложной задачей и перечисляет основные трудности ее решения:

- разработка модели динамики, которая, с одной стороны, адекватно отражает температурные режимы вулканизуемой среды, с другой стороны, пригодна для оперативного анализа и синтеза оптимального управления;
- математическое описание теплоаккумулирующих свойств вулканизационного оборудования.

Поддержание температуры осуществляют по позиционному или пропорционально-интегрально-дифференциальному (ПИД) законам.

Расчет температурных полей с учетом автоматической стабилизации температуры имеет особое практическое значение, поскольку позволяет оценить качество изготавливаемых изделий.

В режиме стабилизации температуры при срабатывании регулятора происходят резкие изменения тепловых потоков. Для точного расчета таких процессов требуется минимальный шаг по времени, использование которого связано с большим объемом вычислений. В такой ситуации наиболее

рационально применение переменного шага по времени. Однако стандартные алгоритмы его расчета [55-58] для систем автоматического регулирования неэффективны, поскольку не учитывают дискретно изменяющихся во времени граничных условий. Алгоритмы, представленные в работе [59], применимы только для расчетов процессов, управляемых по ПИД законам. В связи с этим разработка алгоритмов определения переменного шага по времени для решения задач нагрева прессового оборудования с учетом автоматической стабилизации температуры представляется актуальной.

### **1.7 Проектирование нестандартного прессового оборудования**

Повышение качества и надежности различных узлов и деталей агрегатов является актуальной задачей. Для достижения целей увеличения ресурса работы, повышения надежности и долговечности деталей используются различные методы. Одним из таких методов является термическая правка на прессе с целью снижения поволоки и коробления, заключающаяся в нагреве деталей для последующей выдержки с усилием и температурой, изменяющимися во времени.

Следует отметить, что данный технологический процесс связан с использованием повышенных усилий прессования (4÷5 МН) и рабочих температур (400-550°C). Это предъявляет особые требования к конструкции прессового оборудования и оснастки. В связи с этим можно выделить следующие основные трудности:

– для достижения оптимальных эксплуатационных показателей электротермических установок требуется учет пространственной распределенности управляющих воздействий и контролируемого температурного поля по объему нагреваемого изделия [31];

– для получения требуемого температурного распределения в обрабатываемых деталях требуется создание качественно новых систем оптимального управления технологическим процессом;

– необходима модернизация конструкции прессы для обеспечения возможности работы при высоких величинах усилия прессования;

– необходим поиск новых теплоизоляционных материалов, способных выдерживать заявленные температурные и силовые нагрузки.

Работа [60] посвящена созданию прессового оборудования для производства сверхтвердых материалов обработкой высокими давлениями и температурами. В ней показано, что повышение качества, производительности и адаптация создаваемого оборудования, работающего при высоких давлениях и температуре, к новым технологиям невозможны без исследования всего комплекса, обеспечивающего синтез сверхтвердых материалов, т.е. системы «прессовое оборудование - привод пресса - загрузочное устройство - управление прессом». По этой причине в данной работе уделено внимание вопросам моделирования нагрева прессового оборудования с учетом автоматической стабилизации температуры.

Перспективность нестандартного прессового оборудования, обеспечивающего повышенные усилия прессования и индуцирующего вихревые токи непосредственно в заготовке, подтверждается результатами работы [61]. С помощью давления 80 МПа и высокочастотного индукционного нагрева прессуемых нанопорошков из вольфрама, ниобия и кремния авторами [61] получен новый композиционный материал, твердость и прочность которого выше, чем у монокристаллических соединений  $WSi_2$  или  $NbSi_2$ .

При анализе публикаций, посвященных исследованию нагрева заготовок для последующей обработки, можно сделать вывод, что новым направлением в данной области является создание неравномерного нагрева. Например, в работе [62] рассматриваются индукционные установки периодического действия для градиентного нагрева мерных цилиндрических заготовок. Использование неравномерного нагрева является перспективным направлением и при создании нестандартного прессового оборудования, работающего при высоких температурах и давлениях. Однако в этом случае требуется создание специальных расчетных методик, позволяющих на этапе проектирования создавать требуемые температурные профили в обрабатываемых деталях.



В работе [63] обоснована целесообразность разработки и создания специализированного, в частности, малогабаритного прессового оборудования на современном этапе развития кузнечно-прессового машиностроения.

Следует отметить, что новый уровень развития прессового производства возможен при условии создания нового прессового оборудования с улучшенными технологическими возможностями, использованием нестандартных материалов и технических решений. В основном это реализуется за счет улучшения «механической» части оборудования. В качестве примера можно привести работу [64], в которой описана модернизация исполнительных механизмов кузнечно-прессового оборудования для реализации безотходной технологии разделения трубного проката. Необходимо отметить, что комплексная модернизация оборудования невозможна без детального изучения сложных тепловых процессов в нагревательных плитах и, в особенности, в нагреваемых телах.

В современной обрабатывающей промышленности обработка материалов давлением является одним из основных способов формообразования деталей машин различного назначения. Примерно 90% стали и более 55% цветных сплавов, практически вся резина и пластмассы в нашей стране подвергаются обработке давлением. В связи с тем, что предприятия все чаще заказывают оборудование под конкретное изделие (небольшой ряд изделий) или технологический процесс с известными параметрами, требуется прессовое оборудование с конкретными характеристиками. Стандартный ряд оборудования не всегда отвечает современным требованиям заказчика, и поэтому предприятие-изготовитель часто оказывается перед проблемой постоянного изменения параметрического ряда оборудования и оптимизации его себестоимости. Автор работы [65] для решения этой проблемы предлагает максимально автоматизировать процесс проектирования прессового оборудования.

### **Выводы по главе и постановка задачи исследования**

На основе проведенного анализа литературных источников, посвященных методам проектирования и расчета прессового оборудования, можно сделать следующие выводы.

1. Качество изделий, изготавливаемых методом горячего прессования, зависит от степени равномерности температуры в их объеме. При этом на производстве, как правило, ставится задача получения равномерных температурных полей на рабочих поверхностях нагревательных плит.

2. При вулканизации РТИ преимущественно используется индукционный вид нагрева плит ввиду его экономичности и надежности.

3. При высокотемпературном нагреве прессового оборудования, используемого для правки и отпуска изделий из металлов, целесообразнее применение омических нагревателей.

4. Основная трудность при расчете устройств индукционного нагрева в трехмерной постановке состоит в учете нелинейных характеристик ферромагнитных материалов. Примеры трехмерного нелинейного нестационарного электромагнитного расчета приводятся в литературе только для тел простой формы. При решении реальных задач наблюдается очень низкая скорость сходимости.

5. При линейном описании электромагнитных процессов в ферромагнитных материалах требуется замена кривой намагничивания эквивалентным значением магнитной проницаемости, универсальные методики определения которой отсутствуют.

6. Расчет омических нагревателей осложняется отсутствием достоверной справочной информации о коэффициенте эффективности излучения. Данные, представленные в литературе, получены для нагревателей электрических печей на основе экспериментальных исследований, проведенных в середине XX столетия.

7. Для учета тепловых эффектов процесса вулканизации требуются кинетические константы химической реакции, которые могут быть получены только экспериментальным путем.

8. Наибольший практический интерес представляет расчет температурных полей прессового оборудования в режиме автоматической стабилизации температуры, поскольку позволяет определить пригодность плит и пресс-форм для изготовления конкретных видов изделий.

9. Расчет температурных полей прессового оборудования в режиме автоматической стабилизации температуры связан с большими затратами машинного времени. Актуальной задачей представляется использование переменного шага по времени.

10. Стандартные алгоритмы определения переменного шага по времени для расчетов систем автоматического регулирования неэффективны, поскольку не учитывают дискретно изменяющихся во времени граничных условий.

В связи с вышеизложенным, основная задача диссертационной работы состоит в комплексном исследовании процессов нагрева прессового оборудования, разработке новых методик, численных методов и комплексов программ расчета температурных полей нагревательных плит для решения задач минимизации перепадов температур на их поверхностях и в объемах изделий. Для этого необходимо:

- 1) разработать математические модели процесса нагрева одиночных плит с индукционными и омическими нагревателями;
- 2) разработать методику определения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов;
- 3) разработать алгоритм решения задачи индукционного нагрева;
- 4) разработать универсальный метод определения коэффициента эффективности излучения;
- 5) осуществить формализованную постановку задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты;
- 6) разработать алгоритм решения задачи оптимизации;
- 7) разработать математическую модель нагрева системы «плита – пресс-форма – изделие» в режиме автоматической стабилизации температуры;

8) разработать эффективные алгоритмы расчета температурных полей системы «плита – пресс-форма – изделие» в режиме автоматической стабилизации температуры.

## 2 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НАГРЕВА ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

### 2.1 Математическая модель индукционного нагрева одиночной плиты пресса

Любое электромагнитное явление описывается системой дифференциальных уравнений Максвелла [66]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}; \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_{Ve}; \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (2.4)$$

где  $\mathbf{H}$  – напряженность магнитного поля, А/м;

$\mathbf{J}$  – плотность тока, А/м<sup>2</sup>;

$\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля, В/м;

$\mathbf{B}$  – магнитная индукция, Тл=Вб/м<sup>2</sup>=кг·с<sup>-2</sup>·А<sup>-1</sup>;

$t$  – время, с;

$\mathbf{D}$  – электрическая индукция, Кл/м<sup>2</sup>;

$\rho_{Ve}$  – объемная плотность электрического заряда, Кл/м<sup>3</sup>.

Для учета свойств среды используются материальные уравнения [67]:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (2.6)$$

где  $\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м;

$\varepsilon$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость, Ф/м.

Плотность тока и напряженность электрического поля можно представить в виде следующих сумм:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{ext} + \mathbf{J}_{ind} + \mathbf{J}_v + \mathbf{J}_D; \quad (2.7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{ext} + \mathbf{E}_{ind} + \mathbf{E}_v, \quad (2.8)$$

где  $\mathbf{J}_{ext}$  – плотность тока, подводимого от внешнего источника, А/м<sup>2</sup>;

$\mathbf{J}_{ind}$  – плотность индуцированных (вихревых) токов, А/м<sup>2</sup>;

$\mathbf{J}_v$  – плотность тока, создаваемого в проводнике, перемещающемся со скоростью  $\mathbf{v}$  относительно наблюдателя,  $\text{А/м}^2$ ;

$\mathbf{J}_D$  – плотность тока электрического смещения,  $\text{А/м}^2$ ;

$\mathbf{E}_{ext}$  – напряженность электрического поля, создаваемая внешним источником,  $\text{В/м}$ ;

$\mathbf{E}_{ind}$  – напряженность электрического поля, индуцированная в рассматриваемой точке изменяющимся во времени магнитным полем,  $\text{В/м}$ ;

$\mathbf{E}_v$  – напряженность электрического поля, создаваемая в проводнике, перемещающемся со скоростью  $\mathbf{v}$  относительно наблюдателя,  $\text{В/м}$ .

Согласно закону Ома в дифференциальной форме

$$\mathbf{J}_{ext} = \gamma \mathbf{E}_{ext}; \quad (2.9)$$

$$\mathbf{J}_{ind} = \gamma \mathbf{E}_{ind}, \quad (2.10)$$

где  $\gamma$  – удельная электрическая проводимость,  $\text{Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$ .

Эффекты, вызванные движением проводников в магнитном поле, определяются по формулам:

$$\mathbf{J}_v = \gamma(\mathbf{v} \times \mathbf{B}); \quad (2.11)$$

$$\mathbf{E}_v = \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (2.12)$$

Плотность тока смещения равна производной электрической индукции по времени:

$$\mathbf{J}_D = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (2.13)$$

Поскольку механическое движение отсутствует ( $\mathbf{v} = 0$ ), то  $\mathbf{J}_v = 0$ . При длине электромагнитной волны превышающей размеры рассматриваемого устройства плотностью тока электрического смещения можно пренебречь ( $\mathbf{J}_D = 0$ ) [68].

Условие (2.4) позволяет определить некоторую векторную функцию  $\mathbf{A}$ , называемую векторным магнитным потенциалом, такую, что

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (2.14)$$

Для того чтобы функция была полностью определена, следует также определить значение ее дивергенции. Добавим условие, называемое калибровкой Кулона

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (2.15)$$

С учетом выражения (2.14) уравнение (2.2) запишем в виде

$$\operatorname{rot} \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0. \quad (2.16)$$

Для безвихревого поля можно определить некоторую функцию  $\varphi$ , называемую скалярным электрическим потенциалом, такую, что

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad} \varphi. \quad (2.17)$$

С учетом выражений (2.5), (2.14), (2.7), (2.10) и (2.17) запишем уравнение (2.1) в виде

$$\operatorname{rot}(\mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \gamma \operatorname{grad} \varphi = \mathbf{J}_{ext}. \quad (2.18)$$

С учетом выражений (2.6) и (2.17) запишем уравнение (2.3) в виде

$$\operatorname{div}(\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) + \varepsilon \frac{\partial(\operatorname{div} \mathbf{A})}{\partial t} + \rho_{Ve} = 0. \quad (2.19)$$

Поскольку в задачах индукционного нагрева заряды можно считать нулевыми ( $\rho_{Ve} = 0$ ) [20], то условие калибровки (2.15) приводит к уравнению

$$\operatorname{div}(\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) = 0, \quad (2.20)$$

которое совместно с условием на бесконечно удаленной границе  $\varphi = 0$  приводит к выводу, что функция  $\varphi$  равна нулю повсюду.

Таким образом, система уравнений (2.1)-(2.6) сводится к уравнениям (2.15) и (2.21):

$$\operatorname{rot}(\mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_{ext}. \quad (2.21)$$

Если магнитная проницаемость материалов постоянна, то переходят к линейному уравнению

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{J}_{ext}. \quad (2.22)$$

Если при этом токи внешнего источника синусоидальные, то функция  $\mathbf{A}$  – гармоническая, дифференцирование по времени которой эквивалентно умножению ее комплексной амплитуды на величину  $j2\pi f$ :

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}}) + j2\pi f \gamma \dot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{J}}_{ext}, \quad (2.23)$$

где  $j$  – мнимая единица,  $j^2 = -1$ ;

$f$  – частота тока, Гц;

$\dot{\mathbf{A}}$  – комплексный векторный магнитный потенциал, Вб/м.

Таким образом, использование комплексных чисел позволяет рассматривать линейные электромагнитные процессы как квазистационарные, что значительно сокращает объем вычислений.

Для решения уравнения (2.21) или (2.23) плотность тока внешнего источника, свойства материалов, а также значения векторного магнитного потенциала на границах должны быть заданы. Если полную расчетную область, включающую окружающее воздушное пространство, представить в виде шара радиусом  $R$ , то граничное условие на сферической поверхности можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(x, y, z) &= 0; \\ x^2 + y^2 + z^2 &= R^2. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Граничные условия в области контакта индукторов и нагревательной плиты [69]:

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_{pl}(x, y, z) - \mathbf{H}_{in}(x, y, z)) \times \mathbf{n}_{in.pl} &= 0; \\ (\mathbf{B}_{pl}(x, y, z) - \mathbf{B}_{in}(x, y, z)) \cdot \mathbf{n}_{in.pl} &= 0; \\ x, y, z &\in \Omega_{in.pl}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где  $\mathbf{n}_{in.pl}$  – единичный вектор нормали к поверхности контакта, направленный из области индуктора в область плиты,  $\text{м}^{-1}$ ;

$\Omega_{in.pl}$  – область контакта индуктора и плиты.



Здесь и далее по тексту с помощью индексов  $pl$ ,  $in$  и  $air$  обозначается принадлежность характеристик поля к нагревательной плите, индукторам и воздушному пространству соответственно.

Граничные условия в области контакта плиты и окружающего воздушного пространства:

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_{air}(x, y, z) - \mathbf{H}_{pl}(x, y, z)) \times \mathbf{n}_{pl.air} &= 0; \\ (\mathbf{B}_{air}(x, y, z) - \mathbf{B}_{pl}(x, y, z)) \cdot \mathbf{n}_{pl.air} &= 0; \\ x, y, z &\in \Omega_{pl.air}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

где  $\Omega_{pl.air}$  – область контакта плиты и окружающего воздушного пространства.

Распределение плотности тока внешнего источника зависит в общем случае от величины тока индукторов (нагревателей) и их конструктивных характеристик:

$$\mathbf{J}_{ext} = f(I_i, \mathbf{\Gamma}^{(i)}) \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.27)$$

где  $\mathbf{\Gamma}$  – матрица, элементами которой являются значения конструктивных характеристик индукторов (нагревателей);

$n$  – число индукторов (нагревателей).

Усредненный по поперечному сечению модуль плотности тока индукторов может быть вычислен по формуле

$$J_{ext_i} = \frac{\omega_i I_i}{s_{ind_i} h_{ind_i}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.28)$$

где  $s_{ind}$  и  $h_{ind}$  – ширина и глубина поперечного сечения паза плиты под индуктор;

$\omega$  – число витков.

Рассмотрим задание векторов плотности тока для двух наиболее распространенных случаев: для индукторов прямоугольной и круглой форм. В случае единственного прямоугольного индуктора матрица конструктивных характеристик вырождается в следующий вектор:

$$\mathbf{\Gamma} = \{d_{cond}, \omega, x_c, y_c, l_x, l_y, s_{ind}, h_{ind}\}, \quad (2.29)$$

где  $d_{cond}$  – диаметр провода индуктора, м;

$x_c$  – координата центра индуктора по оси  $x$ , м;

$y_c$  – координата центра индуктора по оси  $y$ , м;

$l_x$  – габаритный размер прямоугольного индуктора по оси  $x$ , м;

$l_y$  – габаритный размер прямоугольного индуктора по оси  $y$ , м.

Направление тока можно задать через базисные векторы системы координат. По этой причине прямоугольный индуктор разбивается на четыре прямолинейные области (см. рис. 2.1).

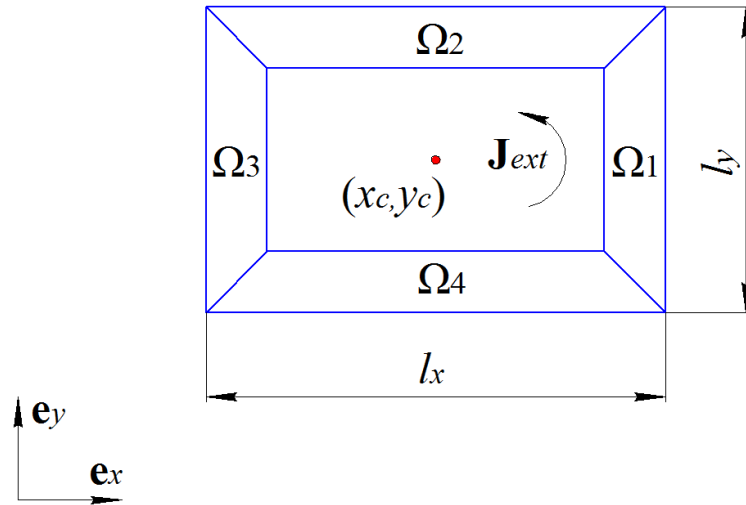


Рис. 2.1 – Задание направления тока прямоугольного индуктора

$$\mathbf{J}_{ext}(x, y, z) = \begin{cases} J_{ext_i} \mathbf{e}_y, & \text{если } (x, y, z) \in \Omega_1; \\ -J_{ext_i} \mathbf{e}_x, & \text{если } (x, y, z) \in \Omega_2; \\ -J_{ext_i} \mathbf{e}_y, & \text{если } (x, y, z) \in \Omega_3; \\ J_{ext_i} \mathbf{e}_x, & \text{если } (x, y, z) \in \Omega_4. \end{cases} \quad (2.30)$$

Геометрические области можно представить в виде совокупностей неравенств:

$$\Omega_1 = \begin{cases} x_c + \frac{l_x}{2} - s_{ind} \leq x \leq x_c + \frac{l_x}{2}; \\ |y - y_c| \leq x - x_c + \frac{1}{2}(l_y - l_x); \\ h_{base} - h_{ind} \leq z \leq h_{base}; \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\Omega_2 = \begin{cases} y_c + \frac{l_y}{2} - s_{ind} \leq y \leq y_c + \frac{l_y}{2}; \\ |x - x_c| < y - y_c + \frac{1}{2}(l_x - l_y); \\ h_{base} - h_{ind} \leq z \leq h_{base}; \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\Omega_3 = \begin{cases} x_c - \frac{l_x}{2} \leq x \leq x_c - \frac{l_x}{2} + s_{ind}; \\ |y - y_c| \leq x_c - x + \frac{1}{2}(l_y - l_x); \\ h_{base} - h_{ind} \leq z \leq h_{base}; \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\Omega_4 = \begin{cases} y_c - \frac{l_y}{2} \leq y \leq y_c - \frac{l_y}{2} + s_{ind}; \\ |x - x_c| < y_c - y + \frac{1}{2}(l_x - l_y); \\ h_{base} - h_{ind} \leq z \leq h_{base}; \end{cases} \quad (2.34)$$

где  $h_{base}$  – толщина основания плиты, м.

В выражениях (2.31)-(2.34) полагается, что плоскость  $XU$  совпадает с рабочей поверхностью нагревательной плиты.

Для круглого индуктора (см. рис. 2.2) вектор конструктивных характеристик запишется следующим образом:

$$\Gamma = \{d_{cond}, \omega, x_c, y_c, R_{ind}, s_{ind}, h_{ind}\}, \quad (2.35)$$

где  $R_{ind}$  – радиус индуктора, м.

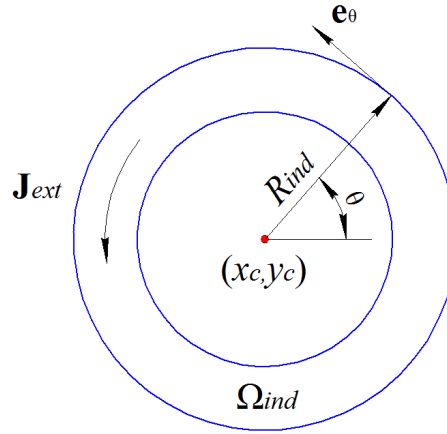


Рис. 2.2 – Задание направления тока круглого индуктора

В этом случае удобнее использовать цилиндрическую систему координат:

$$\mathbf{J}_{ext}(x, y, z) = J_{ext} \mathbf{e}_\theta, \text{ если } (x, y, z) \in \Omega_{ind}. \quad (2.36)$$

Тогда область индуктора

$$\Omega_{ind} = (R_{ind} - s_{ind} \leq r \leq R_{ind}) \wedge (0 \leq \theta < 2\pi) \wedge (h_{base} - h_{ind} \leq z \leq h_{base}); \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta + x_c; \\ y &= r \sin \theta + y_c. \end{aligned} \quad (2.38)$$

подавляющее большинство применяемых индукторов можно представить в виде комбинации рассмотренных примеров.

Процесс распространения тепла описывается нестационарным уравнением теплопроводности [70]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T + \frac{q}{c\rho}, \quad (2.39)$$

где  $a = \lambda/(c\rho)$  – коэффициент температуропроводности,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;

$q$  – удельное тепловыделение,  $\text{Вт}/\text{м}^3$ ;

$c$  – удельная теплоемкость,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;

$\rho$  – плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ .

Удельное тепловыделение от действия вихревых токов определяется законом Джоуля-Ленца и при решении линейной электромагнитной задачи ( $\mu = \text{const}$ ) может быть найдено по формуле

$$q = \frac{|j|^2}{2\gamma}, \quad (2.40)$$

где  $|j| = \sqrt{\operatorname{Re} j^2 + \operatorname{Im} j^2}$  – модуль комплексной амплитудной плотности тока.

При нелинейной постановке задачи ( $\mu \neq \text{const}$ ) требуется определить среднее за период значение тепловыделения в установившемся режиме:

$$q = f \int_{t_{st}}^{t_{st} + \frac{1}{f}} \frac{J^2}{\gamma} dt, \quad (2.41)$$

где  $t_{st}$  – условное время начала установившегося режима электромагнитных процессов, при котором не происходит значительных изменений амплитудных значений плотности тока, с.

Начальное условие для уравнения теплопроводности:

$$T(x, y, z, 0) = T_0, \quad (2.42)$$

Теплоотдача от внешних поверхностей неизолированной нагревательной плиты описывается граничными условиями третьего рода:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T(0, y, z, t)}{\partial x} - \alpha_1 (T(0, y, z, t) - T_0) &= 0; \\ \lambda \frac{\partial T(l_p, y, z, t)}{\partial x} + \alpha_2 (T(l_p, y, z, t) - T_0) &= 0; \\ \lambda \frac{\partial T(x, 0, z, t)}{\partial y} - \alpha_3 (T(x, 0, z, t) - T_0) &= 0; \\ \lambda \frac{\partial T(x, s_p, z, t)}{\partial y} + \alpha_4 (T(x, s_p, z, t) - T_0) &= 0; \\ \lambda \frac{\partial T(x, y, 0, t)}{\partial z} - \alpha_5 (T(x, y, 0, t) - T_0) &= 0; \\ \lambda \frac{\partial T(x, y, h_p, t)}{\partial z} + \alpha_6 (T(x, y, h_p, t) - T_0) &= 0; \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$x \in [0; l_p]; y \in [0; s_p]; z \in [0; h_p], \quad (2.44)$$

где  $l_{pl}$ ,  $s_{pl}$  и  $h_{pl}$  – длина, ширина и толщина нагревательной плиты соответственно, м.

Коэффициенты теплоотдачи  $\alpha$  определяются суммой коэффициентов конвективного и лучистого теплообменов:

$$\alpha_r = \alpha_{\kappa_r} + \alpha_{u_r}. \quad (2.45)$$

Для их расчета используется критериальное уравнение из [71, с. 287]:

$$\alpha_{\kappa_r} = \frac{\lambda_{air}(T_0)}{H_r} A (\text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0))^{\vartheta} \left( \frac{\text{Gr}(T_0)}{\text{Pr}(T)} \right)^{\zeta}; \quad (2.46)$$

$$H_r = \begin{cases} h_{pl}, & \text{если } r = 1, 2, 3, 4; \\ \min\{l_{pl}, s_{pl}\}, & \text{если } r = 5, 6; \end{cases} \quad (2.47)$$

$$A = \begin{cases} 0,76, & \text{если } 10^3 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 10^9, r = 1, 2, 3, 4; \\ 0,15, & \text{если } \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) > 10^9, r = 1, 2, 3, 4; \\ 0,14, & \text{если } 2 \cdot 10^7 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 3 \cdot 10^{10}, r = 5; \\ 0,54, & \text{если } 10^5 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 2 \cdot 10^7, r = 5; \\ 0,27, & \text{если } 3 \cdot 10^5 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 3 \cdot 10^{10}, r = 6; \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\vartheta = \begin{cases} 0,25, & \text{если } 10^3 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 10^9, r = 1, 2, 3, 4; \\ 0,33, & \text{если } \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) > 10^9, r = 1, 2, 3, 4; \\ 0,33, & \text{если } 2 \cdot 10^7 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 3 \cdot 10^{10}, r = 5; \\ 0,25, & \text{если } 10^5 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 2 \cdot 10^7, r = 5; \\ 0,25, & \text{если } 3 \cdot 10^5 < \text{Gr}(T_0) \text{Pr}(T_0) < 3 \cdot 10^{10}, r = 6; \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\zeta = \begin{cases} 0,25, & \text{если } r = 1, 2, 3, 4; \\ 0, & \text{если } r = 5, 6, \end{cases} \quad (2.50)$$

где критерии Грасгофа и Прандтля определяются по формулам:

$$\text{Gr}(T_0) = g H_r^3 \beta_{air} \left( \frac{T + T_0}{2} \right) \frac{T - T_0}{\nu_{air}(T_0)^2}; \quad (2.51)$$

$$\text{Pr}(T) = \frac{\nu_{air}(T)}{a_{air}(T)}. \quad (2.52)$$

Коэффициент теплообмена излучением определяется по закону Стефана-Больцмана:

$$\alpha_{u_r}(T) = 5,67 \cdot 10^{-8} \varepsilon_p \frac{T^4 - T_0^4}{T - T_0}, \quad (2.53)$$

где  $\varepsilon_p$  - приведенная степень черноты.

Между индукторами и плитой предполагается идеальный тепловой контакт:

$$\begin{aligned} T_{ind}(x, y, z) &= T_{pl}(x, y, z); \\ \lambda_{ind} \frac{\partial T_{ind}}{\partial n_{in-pl}} &= \lambda_{pl} \frac{\partial T_{pl}}{\partial n_{in-pl}}; \\ x, y, z &\in \Omega_{in.pl}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Данная математическая модель включает следующие ограничения. Коэффициент заполнения индуктора (доля «чистого» провода в общем объеме паза) не должен превышать установленной величины:

$$0 \leq f_{fill} \leq f_{fill}^{max}; \quad (2.55)$$

$$f_{fill} = \frac{\omega \pi d_{cond}^2}{4 s_{ind} h_{ind}}. \quad (2.56)$$

Температура рабочей поверхности нагревательной плиты в конечный момент времени должна быть не меньше установленного значения:

$$\mathbf{T}_w \geq T_{min}; \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_w &= T(x, y, 0, t_h); \\ 0 &\leq x \leq l_p; \\ 0 &\leq y \leq s_p, \end{aligned} \quad (2.58)$$

где  $t_h$  – установленное время нагрева до температуры  $T_{min}$ , с.

Ограничения на варьируемые переменные:

$$\Gamma_i^{(m)min} \leq \Gamma_i^{(m)} \leq \Gamma_i^{(m)max}, \quad m = 1, \dots, n; \quad i = 1, \dots, \mathbf{k}_m, \quad (2.59)$$

где  $\mathbf{k}_m$  – число конструктивных характеристик  $m$ -го индуктора.

Таким образом, математические модели нагрева одиночной индукционной плиты можно представить в виде следующих систем уравнений:

1) (2.15), (2.21), (2.24) – (2.39), (2.41) – (2.59) в случае нелинейной постановки электромагнитной задачи;

2) (2.15), (2.23) – (2.40), (2.42) – (2.59) в случае линейной постановки электромагнитной задачи.

## 2.2 Математическая модель нагрева одиночной плиты с омическими нагревателями

При разработке данной математической модели принято допущение о том, что мощность омических нагревателей, размещаемых в пазах плиты, распределяется равномерно в их объемах. Это допущение не вносит существенной погрешности в расчет, но позволяет представить сложную систему передачи тепла посредством излучения, конвекции и теплопроводности от нагревателя к плите через слой изолятора в виде простых соотношений:

$$q(x, y, z) = \begin{cases} \frac{I_i^2 R_i}{V_i}, & \text{если } (x, y, z) \in \Omega_i, i = 1, \dots, n; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (2.60)$$

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -го нагревателя, Ом;

$\Omega_i$  – геометрическая область, соответствующая пазу  $i$ -го нагревателя; определяется аналогично выражениям (2.31) – (2.34), (2.37), (2.38);

$V_i$  – объем  $i$ -го нагревателя, м<sup>3</sup>.

Сила тока, протекающего через  $i$ -й нагреватель, определяется по формуле

$$I_i = \frac{P_i}{U_i}, i = 1, \dots, n, \quad (2.61)$$

где  $P_i$  – мощность  $i$ -го нагревателя, Вт;

$U_i$  – напряжение, подаваемое на  $i$ -й нагреватель, В.

Как правило, мощности нагревателей определяются из предварительного расчета таким образом, чтобы обеспечивался требуемый темп нагрева плиты. С диаметром проволоки нагревателя мощность связана следующим соотношением [45]:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4P^2}{\gamma_h U^2 W \pi^2}}, \quad (2.62)$$



где  $\gamma_h$  – удельная электрическая проводимость материала нагревателя;

$W$  – допустимая поверхностная мощность нагревателя, Вт/м<sup>2</sup>.

При допущении о полном преобладании излучения над конвекцией и теплопроводностью (см. раздел 1.4.2 диссертации) в системе передачи тепла от нагревателя к плите допустимая поверхностная мощность определяется по формуле

$$W = W_{id} \alpha_{rad}, \quad (2.63)$$

$W_{id}$  – поверхностная мощность идеального нагревателя, образующего с нагреваемым телом параллельные бесконечные плоскости, Вт/м<sup>2</sup>;

$\alpha_{rad}$  – безразмерный коэффициент эффективности излучения нагревателя, физический смысл которого рассмотрен в разделе 1.4.2 диссертации.

Поверхностная мощность идеального нагревателя рассчитывается по закону Стефана-Больцмана:

$$W_{id} = 5,67 \cdot 10^{-8} \varepsilon_{p\_id} (T_h^4 - T_s^4), \quad (2.64)$$

где  $T_h$  – температура нагревателя, К;

$T_s$  – температура нагреваемого тела, К;

$\varepsilon_{p\_id}$  – приведенная степень черноты.

В качестве температуры нагреваемого тела принимается ориентировочная максимальная температура стенок паза плиты. Приведенная степень черноты для системы параллельных бесконечных плоскостей определяется по формуле [72]:

$$\varepsilon_{p\_id} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_h} + \frac{1}{\varepsilon_s} - 1}, \quad (2.65)$$

где  $\varepsilon_h$  – степень черноты нагревателя;

$\varepsilon_s$  – степень черноты стенок паза плиты.

Таким образом, математическую модель нагрева одиночной плиты с омическими нагревателями можно представить в виде системы уравнений (2.39), (2.42) – (2.53), (2.57) – (2.65).

### 2.3 Граничные условия, моделирующие влияние пресса на нагревательные плиты

В разделе 2.1 рассматривается одиночная нагревательная плита, не имеющая контакта с прессом. В действительности тепло передается от плит к прессу через слой теплоизоляторов (см. рис. 1.1). Таким образом, математическую модель нагрева одиночной плиты необходимо дополнить моделью пресса с соответствующими условиями идеального теплового контакта и ГУ 3 рода на внешних поверхностях корпуса пресса. Такое дополнение значительно усложняет математическую модель в плане объема вычислений. В связи с этим представляется актуальной задача замены модели пресса граничными условиями, имитирующими его влияние на нагревательные плиты.

Рассмотрим процесс стационарной теплопроводности теплоизоляционной плиты, которую, пренебрегая неоднородностями температурного поля в горизонтальных сечениях, можно представить в виде плоской стенки (см. рис. 2.3).

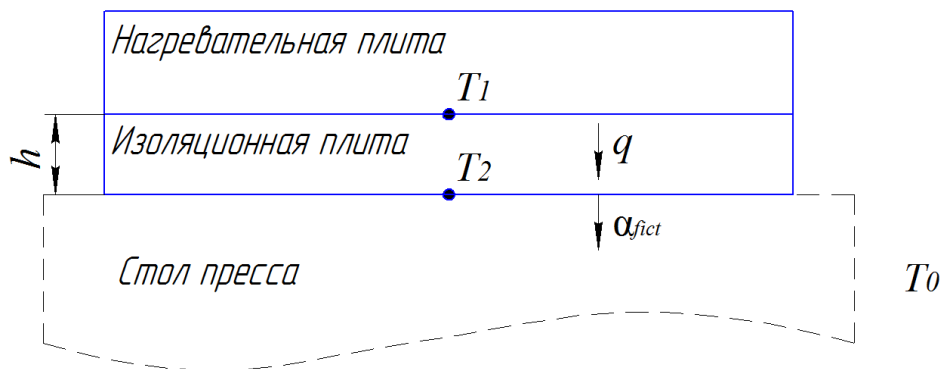


Рис. 2.3 – Имитация пресса

Тепловой поток  $q$  через плоскую стенку с теплопроводностью  $\lambda$  определяется согласно выражению:

$$q = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{h}. \quad (2.66)$$

Т.к. процесс стационарный, то вся мощность, подводимая к прессу, рассеивается им в окружающую среду. При этом очевидно, что рассеиваемая мощность в стационарном режиме будет увеличиваться при повышении температуры пресса в целом и температуры стола  $T_2$  в частности. Таким образом, для моделирования влияния пресса на пакет нагревательных и изоляционных плит целесообразнее использование конвективных ГУ 3 рода, которые учитывают подобную зависимость.

Фиктивный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{fict}$  предложено определять в виде отношения теплового потока  $q$  к разности температур стола пресса  $T_2$  и окружающего воздуха  $T_0$ :

$$\alpha_{fict} = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{h(T_2 - T_0)}. \quad (2.67)$$

Стационарная температура  $T_2$  определяется из эксперимента – физического или вычислительного, учитывающего полную расчетную систему (нагревательные плиты, теплоизоляция, конструкция пресса). Как было отмечено выше, подобная расчетная система крайне сложна и может не учитывать некоторых важных факторов (например, циркуляцию масла в плунжере). Поэтому для расчета фиктивных коэффициентов теплоотдачи на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» была проведена серия физических экспериментов по определению температуры  $T_2$ . В экспериментах использовались плиты мощностью 6 кВт с размером рабочей поверхности 600×600 мм. Нагревательные плиты и стол пресса разделял ацэид толщиной 40 мм. Результаты экспериментов сведены в табл. 2.1.

Как видно из графиков, в первых двух экспериментах стационарная температура стола не была достигнута. Однако полученные данные можно использовать для построения аппроксимирующей зависимости, которая позволит «предсказать» динамику температуры, т.е. выполнить экстраполяцию данных.

Табл. 2.1. Эксперименты по определению температуры стола прессы

$t$ , мин.	$T_0$ , °C	$T_1$ , °C	$T_2$ , °C	Графики
Эксперимент №1				
150	17	150	46	
180			48	
210			51	
240			52	
Эксперимент №2				
60	18	200	27	
90			39	
120			50	
150			59	
180			65	
210			70	
240			74	
Эксперимент №3				
60	20	190	43	
90			55	
120			61	
150			66	
180			70	
210			72	
240			74	
270			76	
300			77	
330			79	
360			79	
390			79	
420			79	

Примем допущение о том, что производная температуры стола пропорциональна разности его текущей и стационарной температур:

$$\frac{dT_2}{dt} = k(T_{2st} - T_2), \quad (2.68)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности,  $c^{-1}$ .

Решением дифференциального уравнения (2.68) является экспонента:

$$T_2(t) = T_{2st} - Ce^{kt}. \quad (2.69)$$

Функцию (2.69) можно рассматривать как экспериментально-аналитическую модель изменения температуры стола пресса, поэтому предложено использовать эту функцию в качестве аппроксимирующей. Таким образом, задача состоит в нахождении констант  $T_{2st}$ ,  $C$ ,  $k$ . Для этого применялся метод Левенберга-Марквардта [73], реализуемый системой Mathcad [74].

Найденные коэффициенты экспоненциальных функций и фиктивные коэффициенты теплоотдачи, рассчитанные по формуле (2.67), сведены в табл. 2.2. Теплопроводность ацэида в расчетах принималась 0,4 Вт/(м·К).

Табл. 2.2. Коэффициенты аппроксимирующих функций и фиктивные коэффициенты теплоотдачи

	$T_{2st}$	$C$	$k$	$\alpha_{fict}$ , Вт/(м <sup>2</sup> К)
Эксперимент №1	59,37	39,46	$-7,07 \times 10^{-3}$	21,7
Эксперимент №2	89,65	100,36	$-7,69 \times 10^{-3}$	15,3
Эксперимент №3	79,76	69,70	-0,011	18,3

Результаты экстраполяции экспериментальных данных представлены на рис. 2.4 – 2.6.

Графики аппроксимирующих функций удовлетворительно воспроизводят экспериментальные данные. В качестве фиктивного коэффициента теплоотдачи примем среднее значение 18 Вт/(м<sup>2</sup>К).

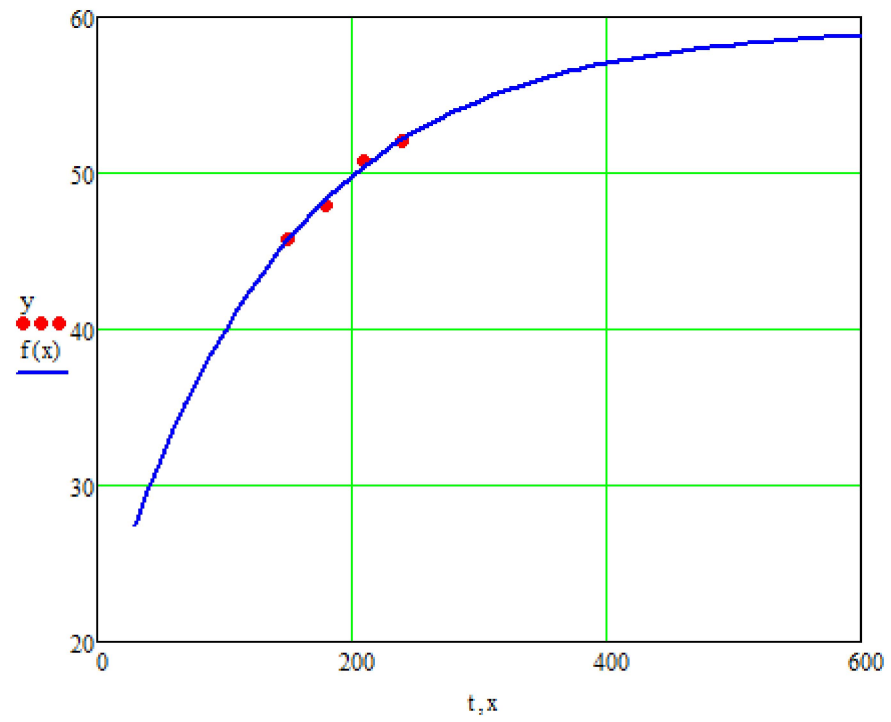


Рис. 2.4 – Экстраполяция данных эксперимента №1

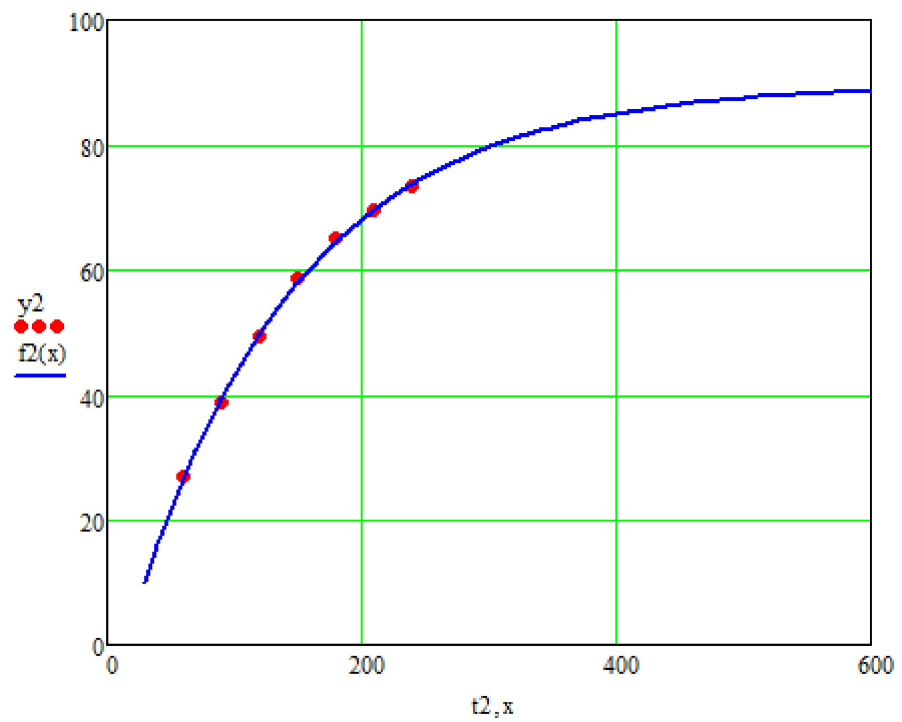


Рис. 2.5 – Экстраполяция данных эксперимента №2

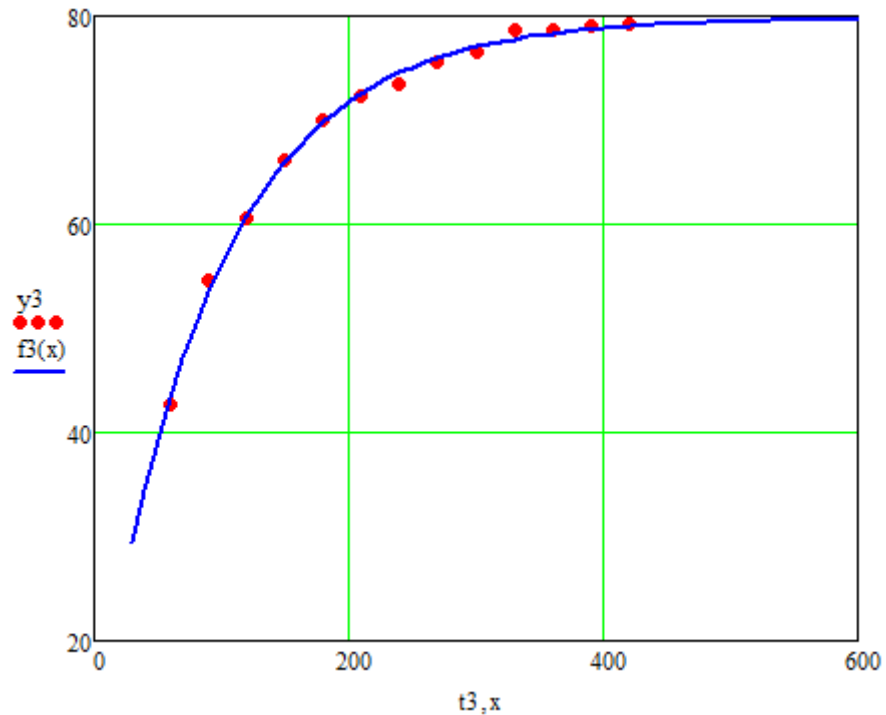


Рис. 2.6 – Экстраполяция данных эксперимента №3

Полученные результаты могут быть использованы для предварительного расчета многослойного теплоизоляционного пакета плит. Общее термическое сопротивление слоев теплоизоляции определяется по формуле:

$$R_{therm} = \frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{h_{n\_iso}}{\lambda_{n\_iso}}, \quad (2.70)$$

где  $n\_iso$  – число слоев теплоизоляционных плит.

Для стационарного режима справедливо равенство теплового потока через многослойную плоскую стенку тепловому потоку, определяемому фиктивным коэффициентом теплоотдачи:

$$\frac{T_1 - T_2}{R_{therm}} = \alpha_{fict} (T_2 - T_0). \quad (2.71)$$

Решая данное уравнение относительно  $T_2$ , получим:

$$T_2 = \frac{T_1 + \alpha_{fict} R_{therm} T_0}{1 + \alpha_{fict} R_{therm}}. \quad (2.72)$$

Таким образом, с помощью фиктивного коэффициента теплоотдачи можно определить стационарную температуру стола пресса, которая не должна

превышать заданного значения (как правило,  $90 \div 100^\circ\text{C}$ ). Уравнение (2.72) очень эффективно при подборе материалов и толщины теплоизоляторов.

## 2.4 Метод решения уравнений математической модели

В соответствии с выводами главы 1 диссертации выбор метода решения уравнений математической модели сделан в пользу МКЭ, реализуемого системой конечно-элементного анализа ANSYS.

Совместное решение системы нелинейных уравнений электромагнитного поля с уравнением теплопроводности на текущем этапе развития вычислительной техники не представляется возможным по причине скоротечности электромагнитных процессов. При промышленной частоте тока 50 Гц период колебаний напряжения составляет 0,02 с. Для точного описания синусоиды требуется не менее 20 расчетных точек, т.е. шаг по времени должен составлять 1 мс. Время разогрева индукционных плит измеряется десятками минут; выход на установившийся режим, близкий к стационарному, занимает не менее получаса. Таким образом, для совместного решения электромагнитной и тепловой задачи потребуется около 3 млн. расчетных шагов. При этом огромный объем вычислений многократно преумножается из-за низкой скорости сходимости решения трехмерных нелинейных уравнений электромагнитного поля (2.15) и (2.21) [20]. В некоторых случаях, характерных для сложных геометрических тел, сходимость отсутствует. В такой ситуации единственным возможным выходом представляется последовательное решение электромагнитной и тепловой задач, причем электромагнитная задача упрощается до линейного квазистационарного вида (2.15) и (2.23).

Блок-схема последовательного метода решения задачи индукционного нагрева плит при линейном описании электромагнитных процессов представлена на рис. 2.7.

Для перехода к линейной электромагнитной задаче требуется задание постоянного значения магнитной проницаемости ферромагнитной стали,



заменяющего кривую намагничивания. Данной проблеме посвящен раздел 3.1 диссертации.

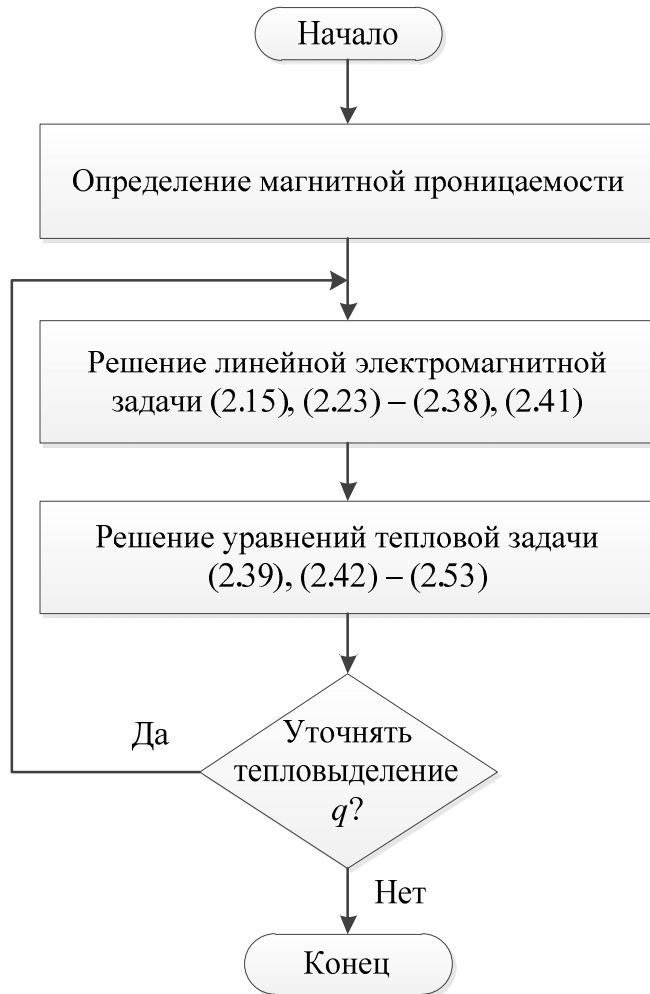


Рис. 2.7 – Блок-схема последовательного метода решения задачи индукционного нагрева

При последовательном методе решения определяется тепловыделение от вихревых токов, которое используется в нестационарном тепловом расчете. В процессе нагрева увеличивается удельное электрическое сопротивление материалов, поэтому процедуру электромагнитного расчета необходимо периодически повторять, т.е. процесс решения итерационный. Независимое решение электромагнитной и тепловой задач позволяет минимизировать число расчетных шагов, поскольку, в отличие от быстропротекающих электромагнитных процессов, тепловые не требуют настолько малого шага по

времени. Погрешность расчета при этом будет определяться числом итераций электромагнитного расчета.

Перед проведением расчетов требуется аппроксимация геометрии модели конечными элементами (КЭ). Система ANSYS содержит инструменты автоматической генерации конечно-элементной сетки. Главная сложность на этом этапе связана с разбиением областей нагревательной плиты, вплотную прилегающих к индукторам. Глубина проникновения электромагнитной волны  $S$  в ферромагнитное тело определяется по формуле [75]:

$$S = \sqrt{\frac{1}{\pi f \gamma \mu}}. \quad (2.73)$$

Данная величина имеет строгий физический смысл только при распространении электромагнитной волны в полубесконечном плоском теле с постоянными свойствами [76]. Для такого идеализированного случая  $S$  представляет собой глубину, на которой плотность тока  $\mathbf{J}$  уменьшается в  $e$  раз. Однако выражение (2.73) может применяться и для оценочного расчета других, более сложных тел.

Согласно (2.40) выделяемая тепловая мощность пропорциональна квадрату плотности тока. Следовательно, на глубине  $S$  удельные тепловыделения снижаются в  $e^2$  раз, т.е. в таком поверхностном слое выделяется примерно 86 % всей энергии. В связи с этим предъявляются строгие требования к размерам КЭ, образующих поверхности паза под индукторы. Для получения удовлетворительных результатов глубину  $S$  должны составлять не менее двух слоев КЭ. При промышленной частоте тока глубина проникновения волны в ферромагнитную конструкционную сталь составляет не более 3 мм. Таким образом, объем вычислений при расчете электромагнитных полей МКЭ напрямую связан с числом и габаритами индукторов. Габариты плиты имеют при этом второстепенное значение.

Для аппроксимации геометрии при решении электромагнитной задачи в ANSYS использовался КЭ SOLID97 [77], изображенный на рис. 2.8.

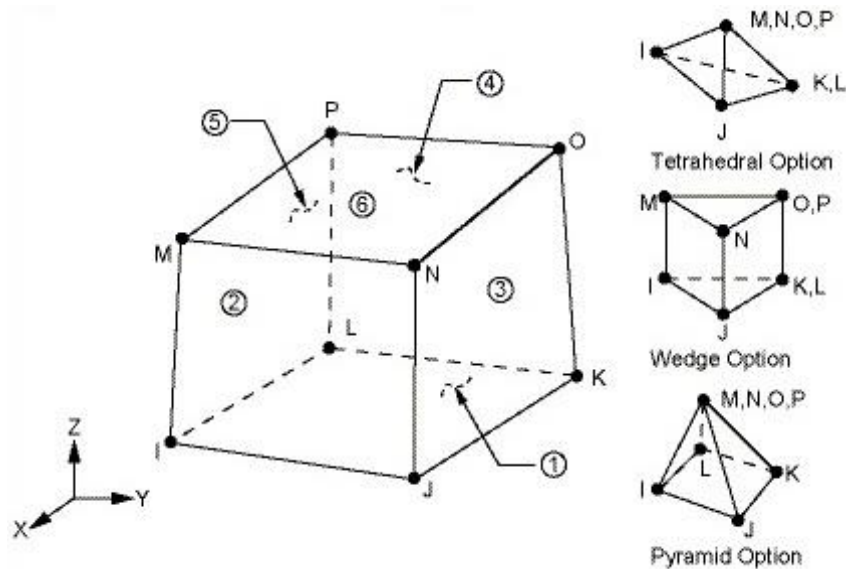


Рис. 2.8 – КЭ SOLID97

Элемент определяется восемью узлами, на каждый из которых приходится три составляющие векторного магнитного потенциала. Помимо основной гексаэдрической формы, применимой для аппроксимации тел правильной геометрии, элемент поддерживает тетраэдрическую, призматическую и пирамидальную формы (см. рис. 2.8).

Моделирование индукторов в системе ANSYS повторяет процедуру, описанную в разделе 2.1 диссертации: сложный индуктор разбивается на простые участки, для которых направление тока может быть задано с помощью базисных векторов системы координат. Целостность индуктора обеспечивается последовательным соединением его частей на специальной электрической схеме замещения. На этой же схеме осуществляется подключение индукторов к источнику тока или напряжения.

При переходе к тепловому расчету структура сетки остается неизменной, меняется только тип КЭ на SOLID70 с одной степенью свободы в каждом узле – температурой. При этом область окружающего воздушного пространства, необходимая для электромагнитного расчета, исключается из рассмотрения.

Теплофизические свойства сталей зависят от температуры [78-80], поэтому программой ANSYS формируется система нелинейных уравнений, решение

которой, в отличие от системы нелинейных уравнений электромагнитного поля, не вызывает значительных затруднений на современных компьютерах.

## 2.5 Проверка адекватности математической модели индукционного нагрева одиночной плиты прессы

Для проверки адекватности математической модели (2.15), (2.23) – (2.40), (2.42) – (2.59) использовались данные физического эксперимента, проводившегося на ОАО "АРТИ-Завод" г. Тамбова в 2007 г. для определения сравнительной эффективности плит с индукционными и омическими нагревателями.

Эксперимент проводился на специально изготовленном столе в энергетическом цехе завода при температуре воздуха  $T_0 = 12^\circ\text{C}$ . Нагревательная плита размерами  $l_p = 500$  мм,  $s_p = 410$  мм,  $h_p = 70$  мм с четырьмя индукторами прямоугольной формы размерами  $184 \times 142$  мм в пазах сечением  $25 \times 25$  мм (см. рис. 2.9) устанавливалась крышкой вниз на три опорных винта со сферической головкой, расположенных в вершинах треугольника с основанием 300 мм и высотой 260 мм. С помощью винтов обеспечивалось горизонтальное расположение плиты. Расстояние от стола до поверхности плиты – 150 мм. Индукторы соединены последовательно, число витков медного провода диаметром 1,8 мм в каждом из них – 60, их суммарная мощность при температуре  $T_0$  – 5,35 кВт.

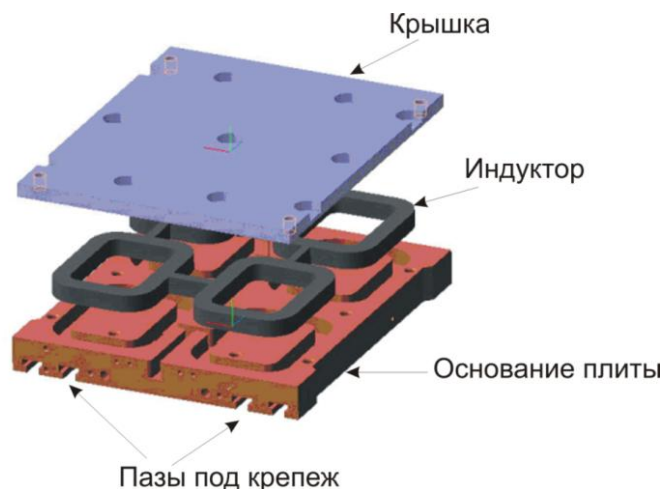


Рис. 2.9 – Конструкция экспериментальной плиты

Температурные измерения проводились с помощью хромель-копелевых термопар второго класса точности (погрешность  $2,5^{\circ}\text{C}$  в диапазоне температур от  $-40^{\circ}\text{C}$  до  $360^{\circ}\text{C}$ ) с диаметром термоэлектродов  $0,5\text{ мм}$ . Четыре рабочих термопары располагались по углам плиты на расстоянии  $50\text{ мм}$  от краев, пятая – в центре плиты. В точках расположения термопар со стороны рабочей поверхности плиты сверлились глухие отверстия диаметром  $5,5\text{ мм}$  и глубиной  $5\text{ мм}$ , в которые вставлялись и расклепывались пробки из алюминиевой проволоки диаметром  $5\text{ мм}$ . Рабочие спаи термопар диаметром  $1,5\text{ мм}$  зачеканивались в алюминиевые пробки на глубину  $2\text{ мм}$ . Контрольная термопара вставлялась в специальное отверстие на коротком торце плиты и располагалась на глубине  $16\text{ мм}$  от рабочей поверхности, на расстоянии  $90\text{ мм}$  от короткого и  $130\text{ мм}$  от длинного торцов. Схема расположения термопар в условиях эксперимента представлена на рис. 2.10.

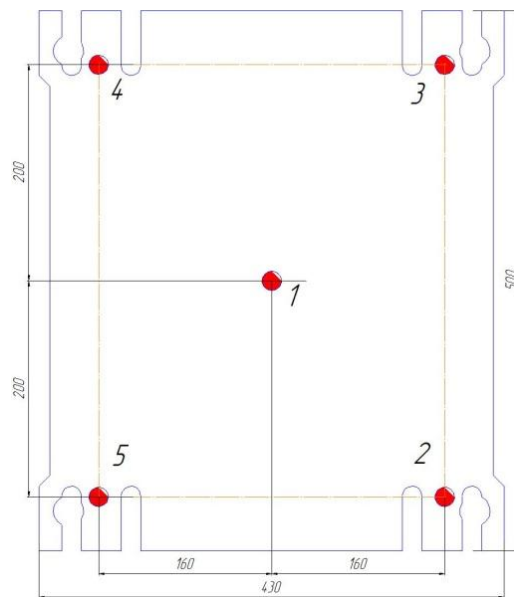


Рис. 2.10 – Схема расположения термопар в условиях эксперимента

Термопары подключались к одноточечному прибору А-565-003, измерения температуры на рабочей поверхности плиты проводились с помощью цифрового термометра контактного ТК-5.03, электрические параметры плиты контролировались с помощью измерительного комплекса К505 1621-75. Время

разогрева контролировалось по секундомеру, контрольная температура нагрева плиты – 170°C. Для нагрева плиты до контрольной температуры в эксперименте потребовалось 32,8 минуты (1968 с).

Магнитная проницаемость стали 45 определялась по методике, описанной в главе 3.1 диссертации. Расчетная сеточная модель, изображенная на рис. 2.11, с учетом окружающего воздушного пространства состояла из 299644 КЭ SOLID97 тетраэдрической формы. Для имитации бесконечно удаленных границ строилась регулярная сетка из КЭ INFIN111. Поскольку плита симметрична, рассматривалась  $\frac{1}{4}$  ее часть.

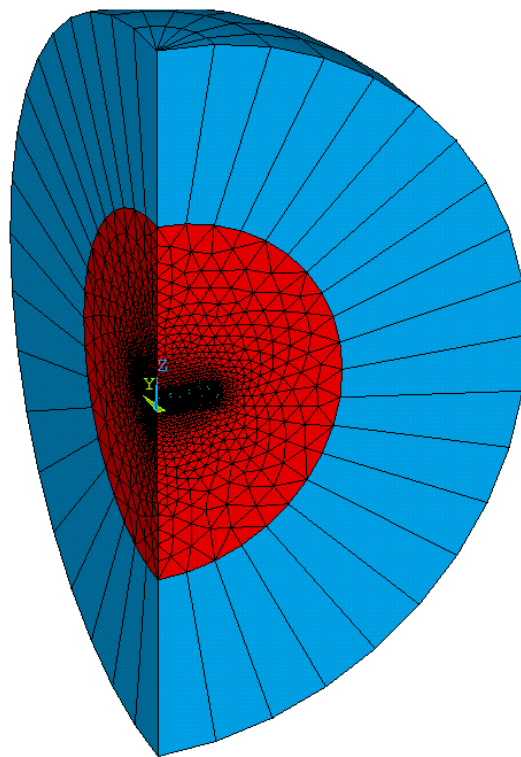


Рис. 2.11 – Расчетная сеточная модель

Показания термопар и результаты расчета представлены на графиках (см. рис. 2.12-2.14). В силу симметрии плиты и расположения угловых термопар №2-5 для них вычислялось среднее значение.

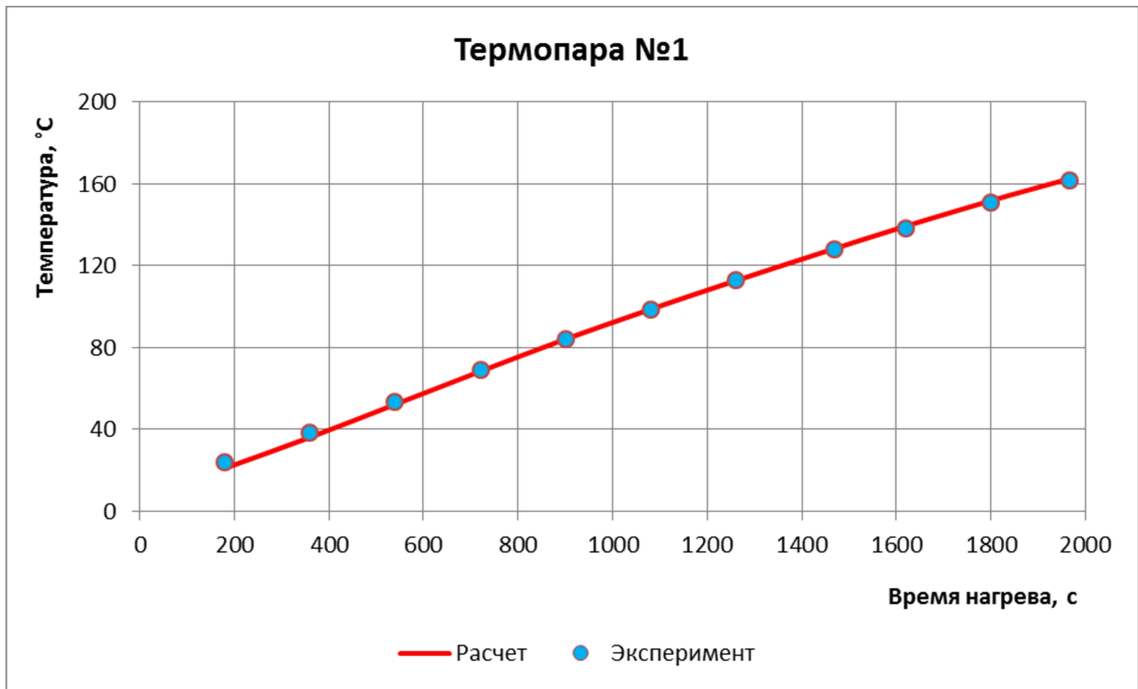


Рис. 2.12 – Температура центральной термопары №1

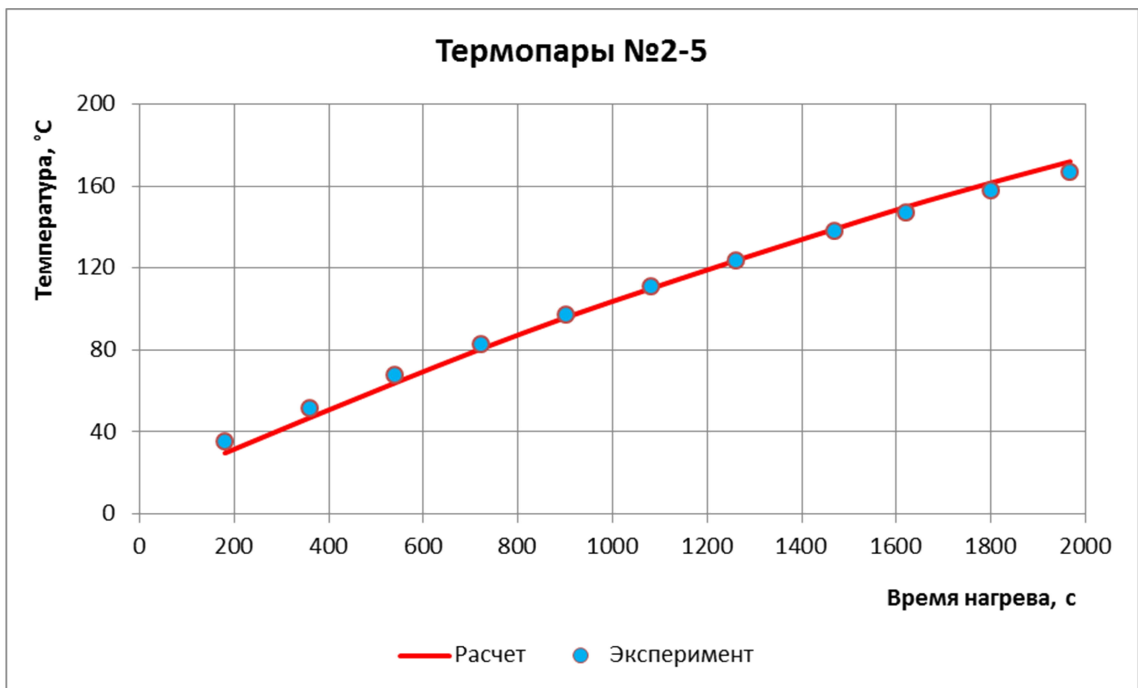


Рис. 2.13 – Температура угловых термопар №2-5

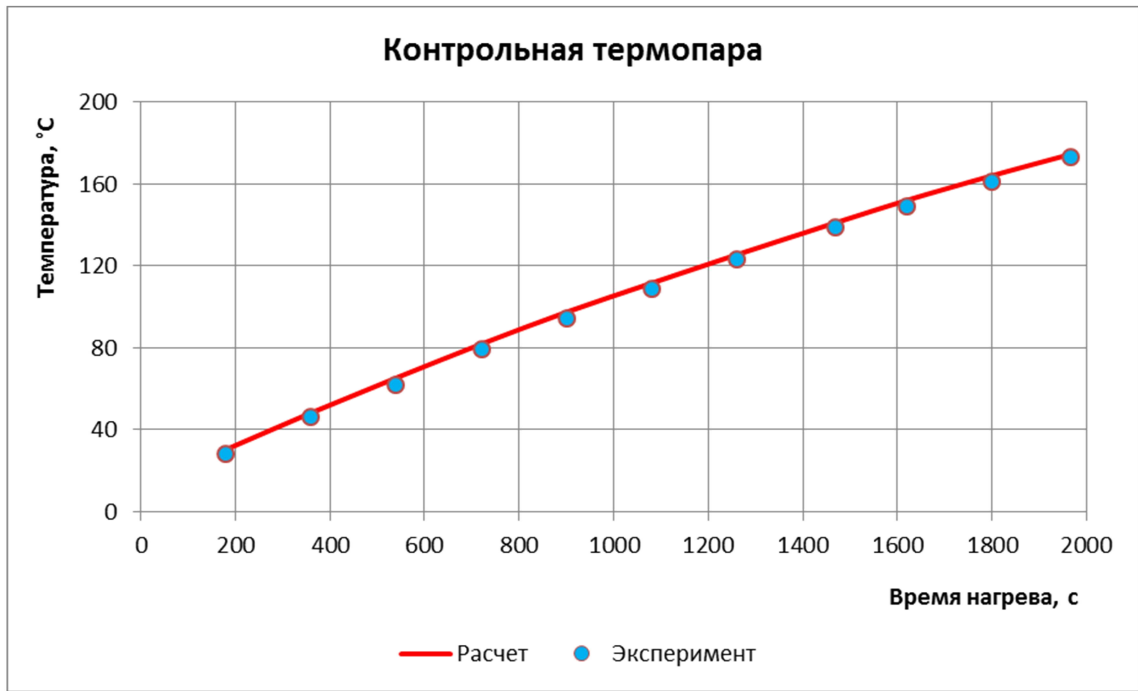


Рис. 2.14 – Температура контрольной термопары

Средние отклонения составили:

- для термопары №1 – 1,0 К или 0,3 %;
- для термопар №2-5 – 2,9 К или 0,8 %;
- для контрольной термопары – 2,6 К или 0,7 %.

Из полученных результатов следует вывод об адекватности разработанной математической модели индукционного нагрева одиночной плиты пресса.

## 2.6 Проверка адекватности математической модели нагрева одиночной плиты с омическими нагревателями

Для проверки адекватности математической модели (2.39), (2.42) – (2.53), (2.57) – (2.65) использовались данные физического эксперимента, проводившегося на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» в 2014 г. с целью испытания новой конструкции нагревательной плиты, обеспечивающей температуру 550°C (см. раздел 4.4 диссертации).

Измерения температуры проводились в трех точках рабочей поверхности нагревательной плиты с помощью контактного термометра ТК-5.09, оснащенного высокотемпературным зондом. Схема расположения точек показана на рис. 2.15.



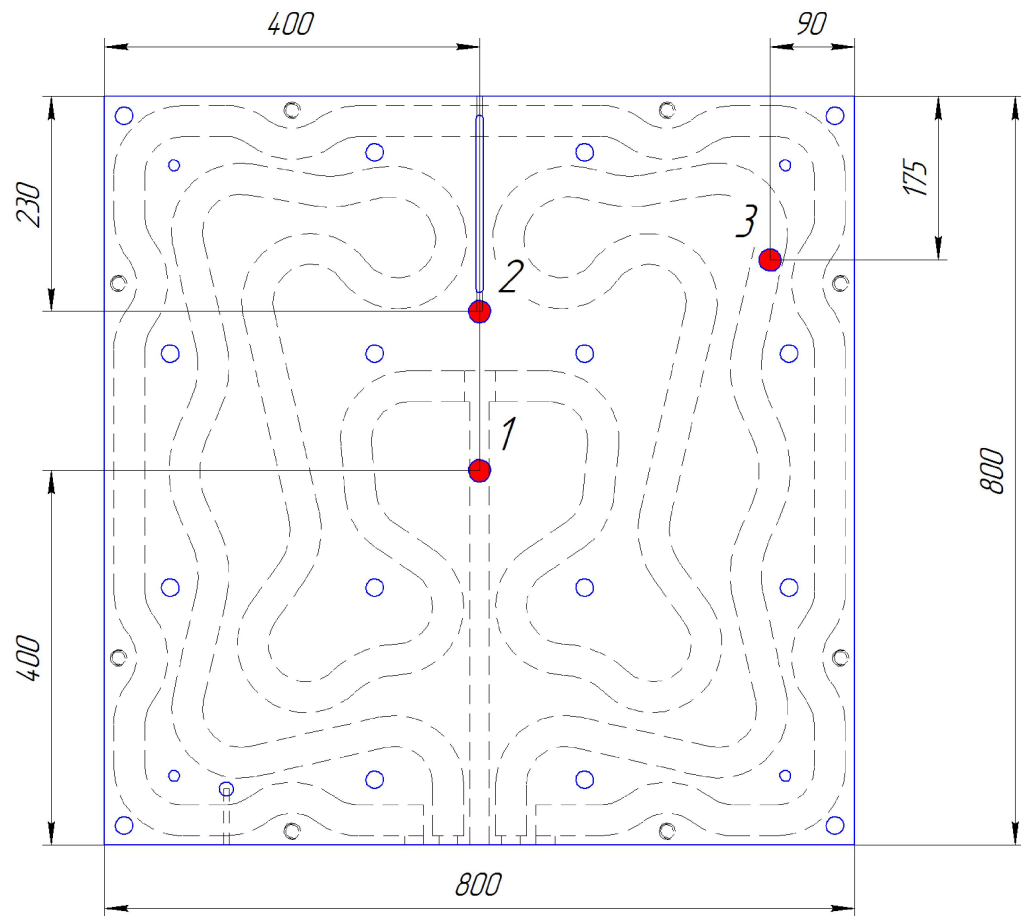


Рис. 2.15 – Схема расположения термопар в условиях эксперимента

Показания термопар и результаты расчета представлены на графиках (см. рис. 2.16-2.18).

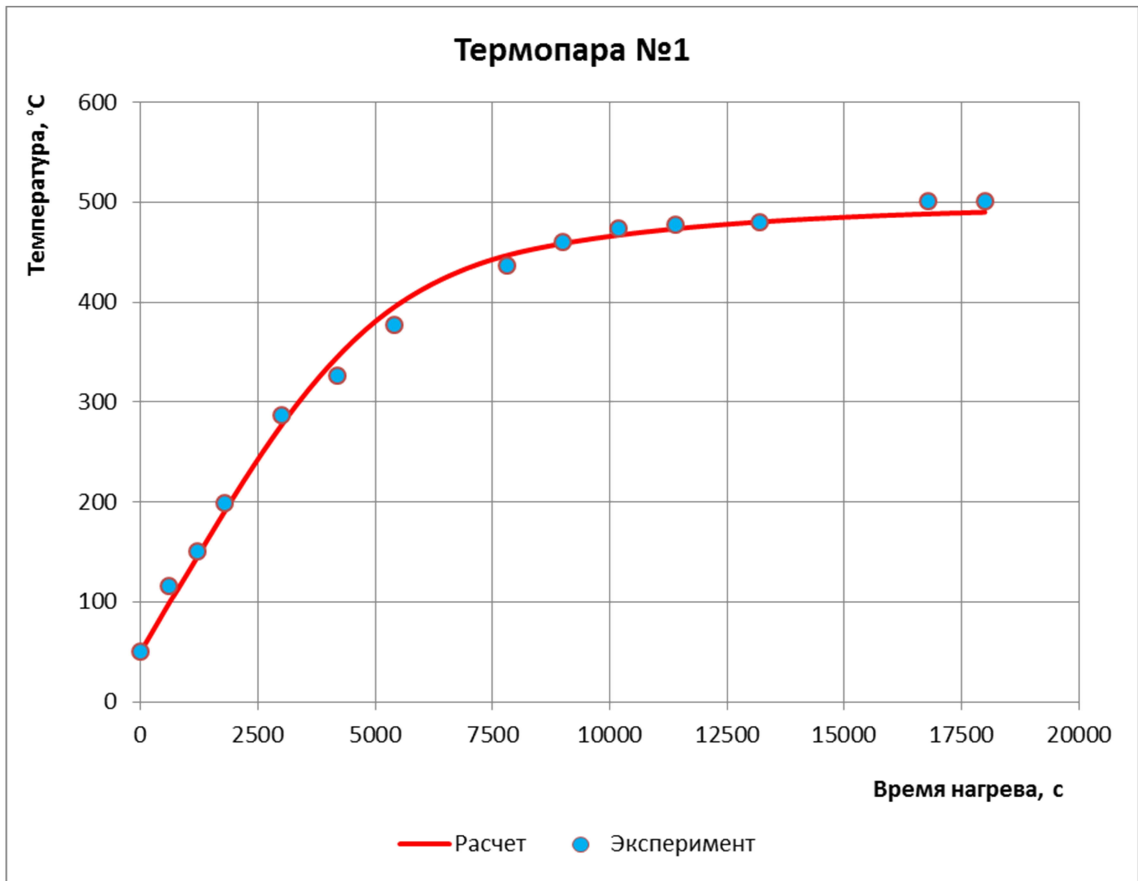


Рис. 2.16 – Температура термопары №1

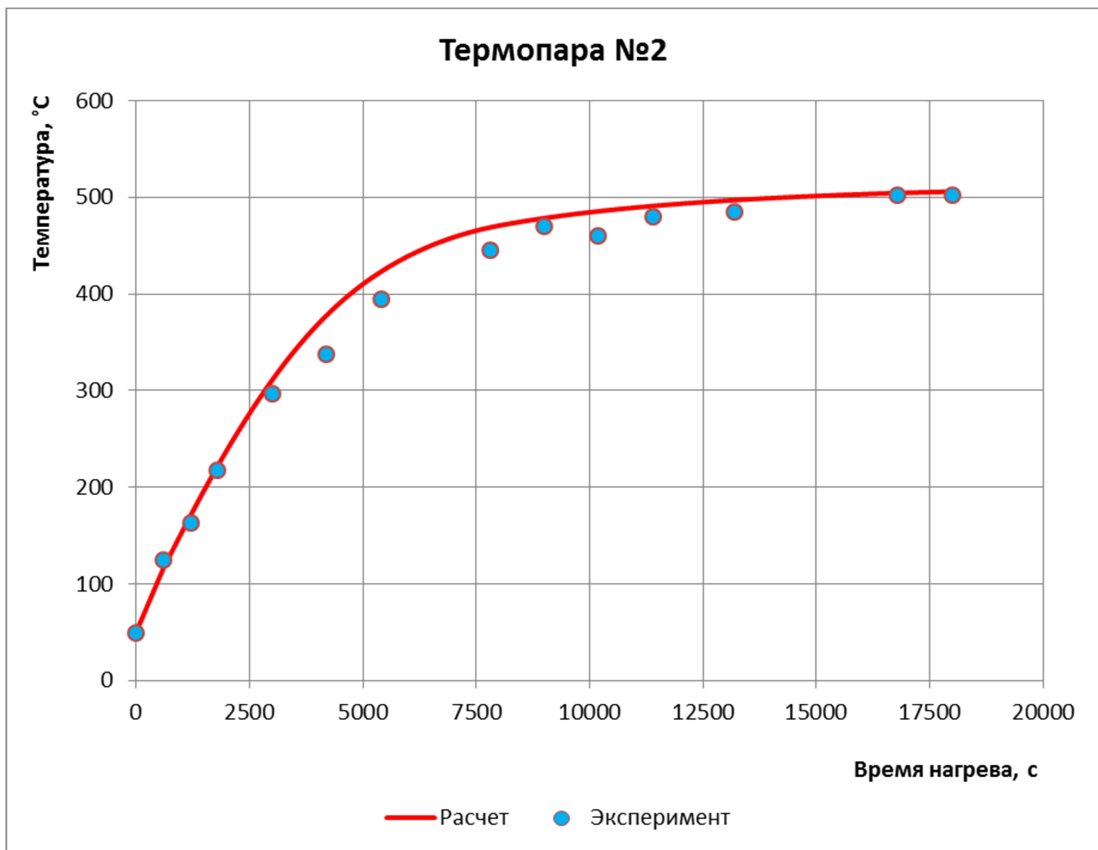


Рис. 2.16 – Температура термопары №2

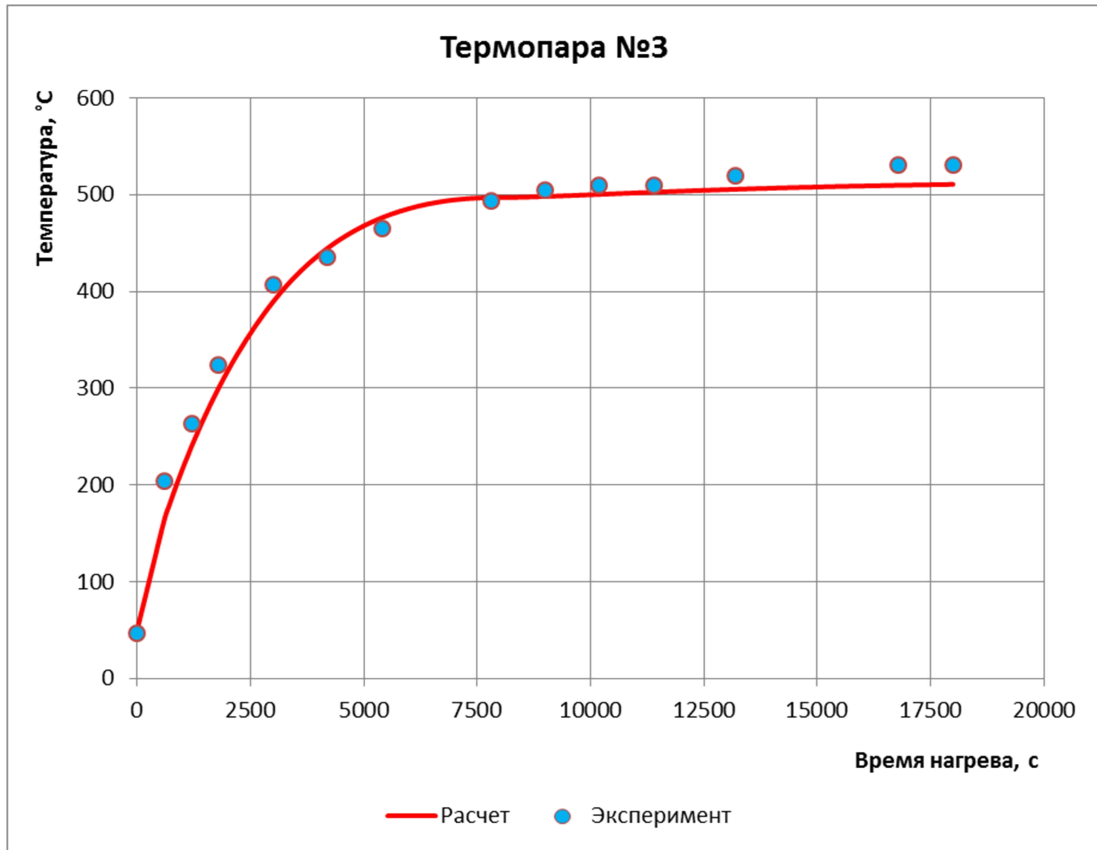


Рис. 2.17 – Температура термопары №3.

Средние отклонения составили:

- для термопары №1 – 8,9 К или 1,5 %;
- для термопары №2 – 13,6 К или 2,1 %;
- для термопары №3 – 16,0 К или 2,4 %.

Из полученных результатов следует вывод об адекватности разработанной математической модели нагрева одиночной плиты с омическими нагревателями.

### **2.7 Моделирование нагрева плиты, пресс-форм и изделий с учетом автоматической стабилизации температуры**

Учет наличия пресс-форм и изделий в системе нагрева плит прессов не вносит принципиальных изменений в разработанные математические модели. Помимо геометрических условий в этом случае добавляются следующие ГУ.

ГУ 3 рода на теплоотдающих поверхностях пресс-форм:

$$\lambda_{md} \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial n_{md\_air}} - \alpha_7 (T(x, y, z) - T_0) = 0; \quad (2.74)$$

$$x, y, z \in \Omega_{md\_air},$$

где  $\alpha_7$  – коэффициент теплоотдачи поверхностей пресс-формы, контактирующих с окружающим воздухом, Вт/(м<sup>2</sup>К);

$\Omega_{md\_air}$  – область контакта пресс-формы с окружающим воздухом;

индекс  $md$  означает принадлежность характеристик к пресс-форме.

Условия идеального теплового контакта плиты и пресс-формы, называемые также ГУ 4 рода:

$$T_{pl}(x, y, z) = T_{md}(x, y, z);$$

$$\lambda_{pl} \frac{\partial T_{pl}}{\partial n_{pl\_md}} = \lambda_{md} \frac{\partial T_{md}}{\partial n_{pl\_md}}; \quad (2.75)$$

$$x, y, z \in \Omega_{pl\_md}.$$

ГУ 4 рода для области контакта пресс-формы и изделия:

$$T_{md}(x, y, z) = T_{rb}(x, y, z);$$

$$\lambda_{md} \frac{\partial T_{md}}{\partial n_{md\_rb}} = \lambda_{rb} \frac{\partial T_{rb}}{\partial n_{md\_rb}}; \quad (2.76)$$

$$x, y, z \in \Omega_{md\_rb},$$

где  $\Omega_{md\_rb}$  – область контакта пресс-формы и изделия;

индекс  $rb$  означает принадлежность характеристики к изделию.

Рассмотрим работу двухпозиционного регулятора для управления мощностью нагревательных элементов плиты. Уставкой на срабатывание  $T_{set}$  является заданное значение температуры контрольной термопары  $T_{sensor}$ . В качестве значений  $T_{set}$  можно использовать показания одной термопары, а также среднее значение показаний нескольких термодпар для более точной оценки текущей картины распределения температур в плите. Для плит вулканизационных прессов значение  $T_{set}$  зависит от типа используемой резиновой смеси и подбирается опытным путем. Верхний  $T_{up}$  и нижний  $T_{down}$  пороги срабатывания регулятора можно представить в виде

$$\begin{aligned} T_{up} &= T_{set} + \Delta_T; \\ T_{down} &= T_{set} - \Delta_T. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Величина  $2\Delta_T$  характеризует зону нечувствительности двухпозиционного регулятора и является единственным параметром его настройки.

Для моделирования работы двухпозиционного регулятора предлагается использовать следующую зависимость питающего электрического тока от состояния регулятора:

$$I(t) = \frac{I}{2} \left( 1 + (-1)^{I_{sw}(t)+1} \right). \quad (2.78)$$

Состояние регулятора определяется согласно выражению:

$$I_{sw}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } T_{sensor}(t) < T_{down}; \\ 0, & \text{если } T_{sensor}(t) > T_{up}. \end{cases} \quad (2.79)$$

Формула (2.79) адаптирована для использования в итерационном процессе решения, где при  $T_{down} < T_{sensor}(t) < T_{up}$  используется предыдущее значение состояния регулятора.

Выходной сигнал ПИД-регулятора формируется на основе уравнения:

$$Y(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}, \quad (2.80)$$

где  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  – коэффициенты усиления пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих регулятора соответственно;

$e(t) = T_{set} - T_{sensor}(t)$  – отклонение температуры контрольной термопары от установленного значения  $T_{set}$ .

Как правило, выходной сигнал выпускаемых регуляторов изменяется в диапазоне от -1 до 1. Отрицательная часть означает переход в «режим холодильника» и в случае нагревательных плит не используется. В зависимости от типа исполнительного устройства выходной сигнал преобразуется до требуемого вида. Например, при использовании широтно-импульсного регулирования  $Y$  означает долю максимальной продолжительности импульса включения твердотельного реле. В этом случае выходной сигнал может

рассматриваться как доля от максимальной мощности нагревателей, что упрощает задачу моделирования ПИД-регулятора. Таким образом, для широтно-импульсного регулирования справедливо выражение:

$$P(t) = P_m Y(t), \quad (2.81)$$

где  $P(t)$  – средняя на протяжении импульса мощность плиты, используемая в качестве управляющего воздействия, Вт;

$P_m$  – максимальная мощность плиты, Вт.

Таким образом, для моделирования автоматического регулирования температуры плит математические модели их нагрева необходимо дополнить уравнениями:

- в случае двухпозиционного регулирования – (2.77) – (2.79);
- в случае ПИД-регулирования – (2.80).

При проведении численных расчетов системы «плита – пресс-форма – изделие» необходимо учитывать предварительный нагрев плит и пресс-форм: «холодные» изделия помещаются в нагретые пресс-формы, установленные на «горячих» плитах. Т.е. в момент размещения изделий в остальных элементах системы температурное поле является неравномерным и нестационарным. Очевидно, что степень неравномерности этого поля влияет на температурное поле изделий в ходе вулканизации.

Учесть неравномерность температурного поля плит и пресс-форм в момент загрузки изделий позволяет модель, оперирующая расчетными областями. На первом этапе решается задача предварительного разогрева плит и пресс-форм без учета изделий. Загрузка последних имитируется включением расчетной области, моделирующей изделия. При этом для «новой» области в качестве начальной может быть задана любая требуемая температура.

В случаях решения уравнений математической модели с помощью систем КЭ-анализа данный подход может быть реализован при помощи первоначального исключения из расчета соответствующих областей. В частности, в системе ANSYS для этого применяется нулевой тип КЭ. При этом структура сетки в

процессе расчета неизменна, в момент загрузки изделий меняется лишь набор активных КЭ.

Таким образом, с учетом размещения «холодных» изделий в предварительно нагретые пресс-формы при температуре контрольной термопары  $T_{sensor} = T_{down}$ , задание расчетной области  $\Omega$  можно представить в виде:

$$\Omega = \begin{cases} \Omega_{pl} \cup \Omega_{md}, & \text{если } T_{sensor} < T_{down} \wedge \Omega_{rp} \not\subset \Omega; \\ \Omega_{pl} \cup \Omega_{md} \cup \Omega_{rb}, & \text{если } T_{sensor} \geq T_{down}, \end{cases} \quad (2.82)$$

где  $\Omega_{pl}$  – множество КЭ нагревательных плит;

$\Omega_m$  – множество КЭ пресс-форм;

$\Omega_{rp}$  – множество КЭ изделий.

### Выводы по главе

1. Разработана математическая модель индукционного нагрева одиночной плиты вулканизационного пресса, отличающаяся использованием дифференциальных уравнений электромагнитного поля для расчета тепловыделений от вихревых токов.

2. Разработана математическая модель нагрева плиты с омическими нагревателями.

3. Предложено понятие фиктивного коэффициента теплоотдачи, имитирующего тепловое влияние пресса на нагревательные плиты и позволяющего значительно сокращать объем вычислений при расчете температурных полей прессового оборудования, работающего в реальных условиях.

4. Разработана блок-схема последовательного метода решений уравнений математической модели индукционного нагрева при помощи МКЭ.

5. Проверка адекватности разработанных математических моделей осуществлена с помощью физических экспериментов на реальных производствах.

6. Разработана математическая модель расчета температурных полей изделий, учитывающая стабилизацию температуры по двухпозиционному и ПИД законам.



### 3 МЕТОДИКИ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

#### 3.1 Методика определения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов

Основная трудность при использовании линейного описания электромагнитных процессов в ферромагнитных материалах состоит в задании постоянного значения относительной магнитной проницаемости, эквивалентного кривой намагничивания. С точки зрения энергетической стороны процессов в качестве критерия эквивалентности целесообразно использовать среднюю за период активную мощность системы, выделяющуюся в виде тепла.

Значение магнитной индукции  $B$  при заданном значении напряженности  $H$  зависит от истории намагничивания, что выражается петлей гистерезиса [81]. Варьируя максимальным значением напряженности магнитного поля  $H_m$ , можно получить семейство симметричных гистерезисных петель (см. рис. 3.1). Кривая  $B=f(H)$ , проходящая через их вершины, называется основной кривой намагничивания и является вполне определенной для данного сорта материала [81]. По этой причине принято определять магнитную проницаемость ферромагнитных материалов из основной кривой намагничивания.

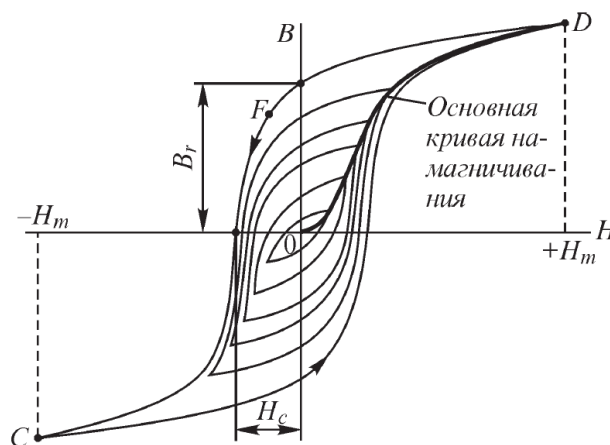


Рис. 3.1 – Семейство гистерезисных петель

Явление магнитного гистерезиса приводит к тому, что в ферромагнитном материале индукция  $B$  и напряженность  $H$  не могут одновременно изменяться по синусоидальному закону – появляются нелинейные искажения во временных

зависимостях [44]. По этой причине задачу нельзя рассматривать как квазистационарную, что на порядок увеличивает объем вычислений.

Как было отмечено в главе 2 диссертации, нелинейный электромагнитный расчет трехмерных систем осложняется также низкой скоростью сходимости решения. Это объясняется тем, что в каждом узле расчетной области требуется определить 3 составляющие векторного магнитного потенциала  $A$ , удовлетворяющие условию калибровки Кулона (2.15). Однако расчет двумерных нелинейных моделей не вызывает вычислительных трудностей, поскольку в этом случае задача решается относительно составляющей  $A_z$ . Из уравнения (2.15) следует равенство нулю других составляющих векторного магнитного потенциала при условии перпендикулярности внешних токов рассматриваемому двумерному сечению [20].

В качестве примера, иллюстрирующего нелинейные искажения, вызванные влиянием ферромагнитного материала, на рис. 3.2 приведены результаты решения нелинейной двумерной осесимметричной электромагнитной задачи, условия которой описаны ниже.

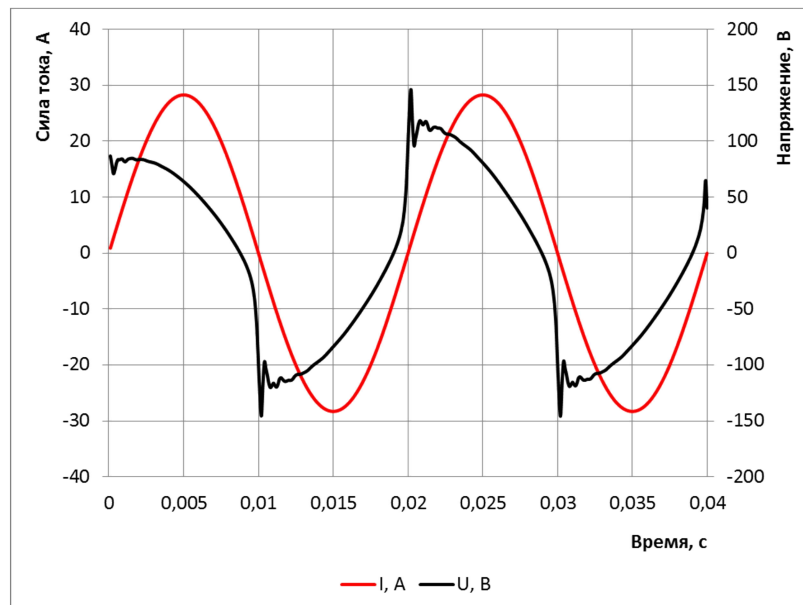


Рис. 3.2 – Результаты решения нелинейной электромагнитной задачи

Расчетная модель представляла собой индуктор, размещенный внутри стальной осесимметричной плиты (диска). Геометрия модели приведена на рис.

3.3. Расчет проводился при следующих значениях параметров:  $R_d = 250$  мм,  $R_{ind} = 150$  мм,  $s_{ind} = h_{ind} = 25$  мм,  $h_{pl} = 70$  мм,  $h_c = 20$  мм.

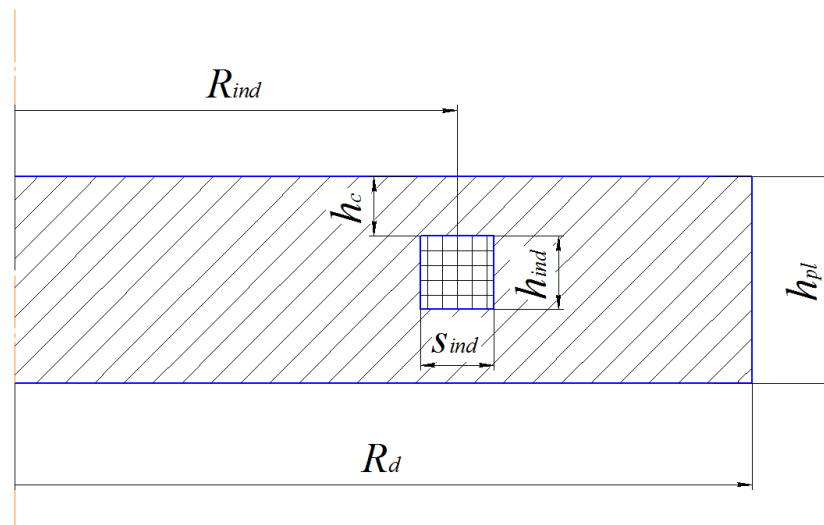


Рис. 3.3 – Геометрия осесимметричной плиты

Радиус окружающего воздушного пространства составлял  $3R_d$  (см. рис. 3.4). Для повышения точности расчета размеры КЭ, прилегающих к границам контакта моделируемых тел, уменьшены. Для имитации бесконечно удаленных границ использовались КЭ INFIN110, образующие регулярную сетку.

Индуктор подключался к источнику переменного синусоидального тока с действующим значением 20 А (см. рис. 3.2) и частотой 50 Гц. Число витков индуктора – 60. Коэффициент заполнения индуктора рассчитывался по формуле (2.56) при диаметре провода 1,8 мм. Таким образом, задавалась усредненная по сечению паза плотность тока, вычисляемая по формуле (2.28).

Влияние кривой намагничивания проявляется в виде искажения кривой разности потенциалов (напряжения), измеряемых в местах подключения к источнику питания (см. рис. 3.2). Подобные искажения характерны и для плотности вихревых токов в объеме плиты. Средняя за период активная мощность системы, выделяющаяся в виде тепла, может быть рассчитана через интеграл мгновенной мощности, график которой приведен на рис. 3.5:

$$P_{nlin} = f \int_{t_{st}}^{t_{st} + \frac{1}{f}} U(t)I(t)dt, \quad (3.1)$$

где в качестве  $t_{st}$  целесообразно использовать время начала второго периода – в данном случае 0,02 с. Как видно из рис. 3.5, первый период отличается заниженной амплитудной мощностью, поэтому не может использоваться для

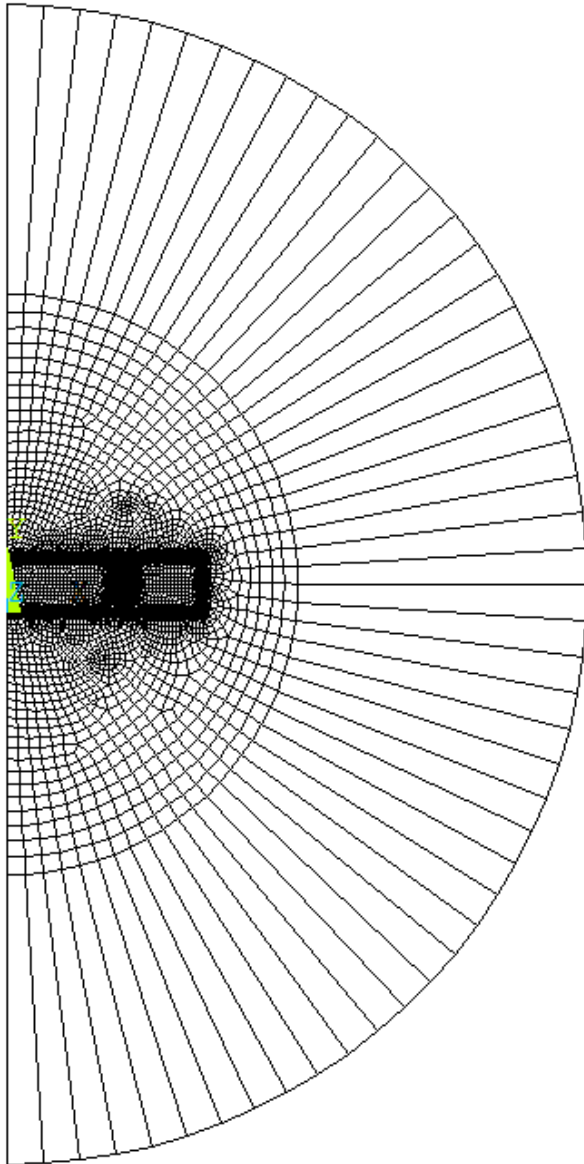


Рис. 3.4 – КЭ модель осесимметричной плиты с окружающим воздушным пространством

расчета средней мощности. Вычислительные эксперименты показали, что различиями второго и последующих периодов можно пренебречь.

По причине нелинейных искажений разности потенциалов для графика мгновенной мощности характерно низкое значение реактивной мощности – отрицательные амплитуды относительно малы. Следовательно, особенностью нелинейных электромагнитных процессов является высокий коэффициент мощности.

При разработке методики определения магнитной проницаемости использовалось понятие магнитодвижущей силы (МДС), которая определяется как линейный интеграл напряженности

магнитного поля  $\mathbf{H}$  вдоль рассматриваемого замкнутого контура:

$$F_m = \oint \mathbf{H}d\mathbf{l}. \quad (3.2)$$

При этом МДС индуктора можно определить по формуле:

$$F_m = I\omega. \quad (3.3)$$

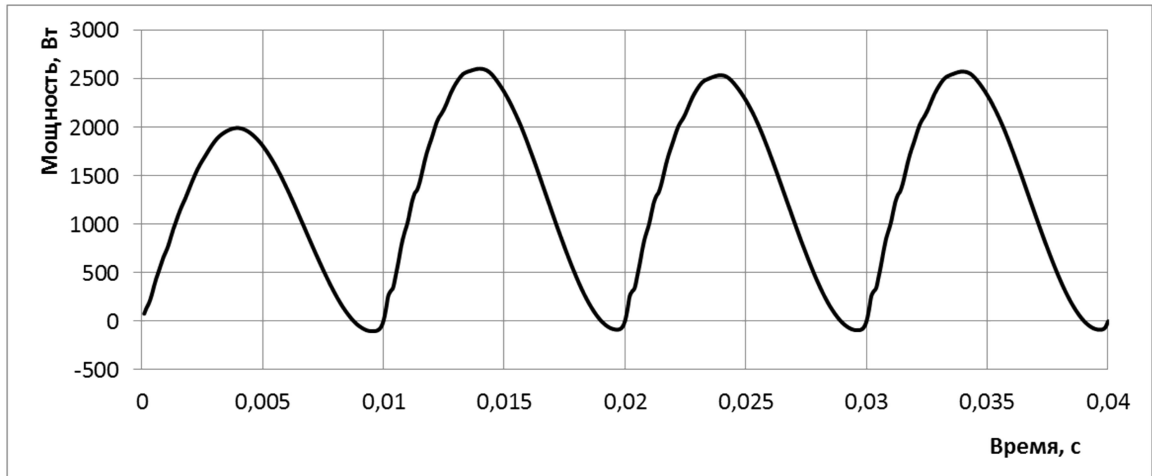


Рис. 3.5 – График мгновенной мощности

Согласно современным научным взглядам на электромагнитное поле, МДС имеет физический смысл энергии магнитного поля, создаваемого в единицу времени единицей электрического тока, протекающего внутри замкнутого контура [82]. МДС является основной энергетической характеристикой индуктора, от которой напрямую зависит активная мощность системы. На характеристики электромагнитного поля соотношение величин  $I$  и  $\omega$  при фиксированной геометрии индуктора влияния не оказывает, важно лишь их произведение.

С помощью вычислительных экспериментов на модели осесимметричной плиты проведено исследование влияния различных параметров (см. рис. 3.3) на эквивалентную магнитную проницаемость, для расчета которой использовался алгоритм, представленный на рис. 3.6.

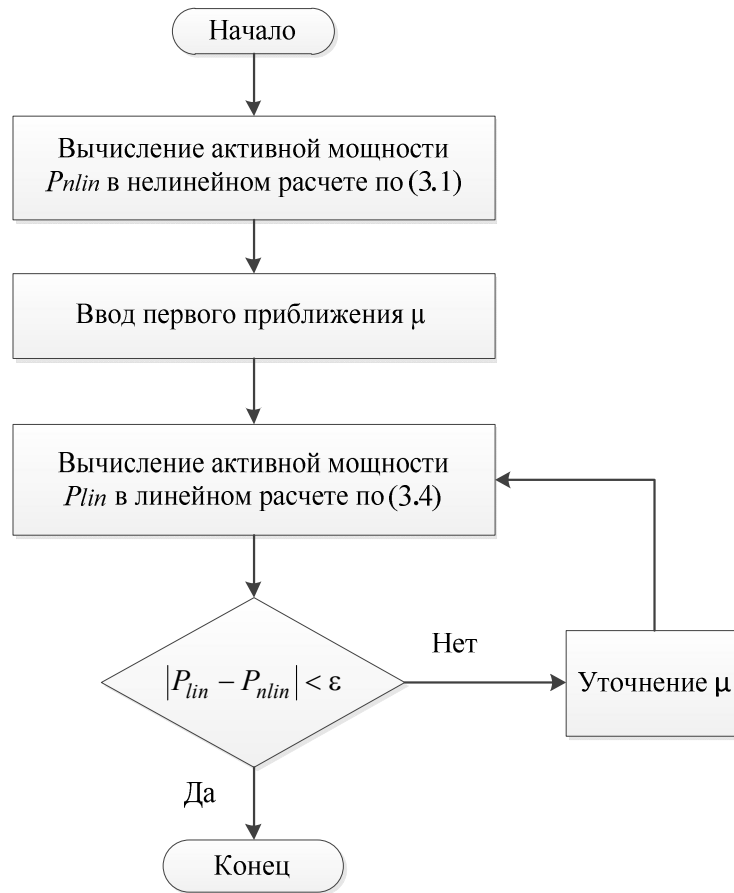


Рис. 3.6 – Алгоритм расчета магнитной проницаемости

Для вычисления активной мощности в линейном расчете используется следующая формула:

$$P_{lin} = I \operatorname{Re} \dot{U}, \quad (3.4)$$

где  $\dot{U}$  – комплексное напряжение, В.

С помощью представленного алгоритма найдена зависимость магнитной проницаемости от магнитодвижущей силы индуктора при прочих фиксированных параметрах (см. рис. 3.7).

Полученный график повторяет зависимость магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля для области сильных полей (см. рис. 3.8), что объясняется тесной взаимосвязью понятий МДС и напряженности, выражаемой уравнением (3.2). Однако для проведения практических линейных расчетов использование общей зависимости на рис. 3.8 затруднительно, поскольку напряженность магнитного поля непостоянна по сечению паза, в то время как

определение МДС не связано с какими-либо сложностями. Другими словами, график на рис. 3.7 учитывает геометрию паза.

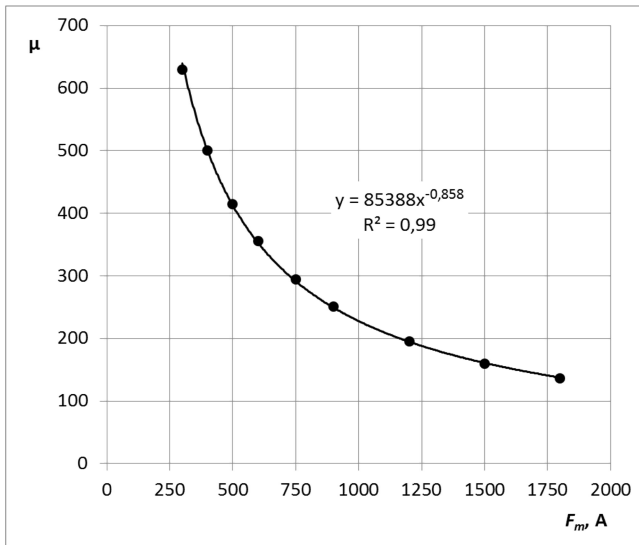


Рис. 3.7 – Зависимость магнитной проницаемости от МДС индуктора с размером паза 25×25 мм

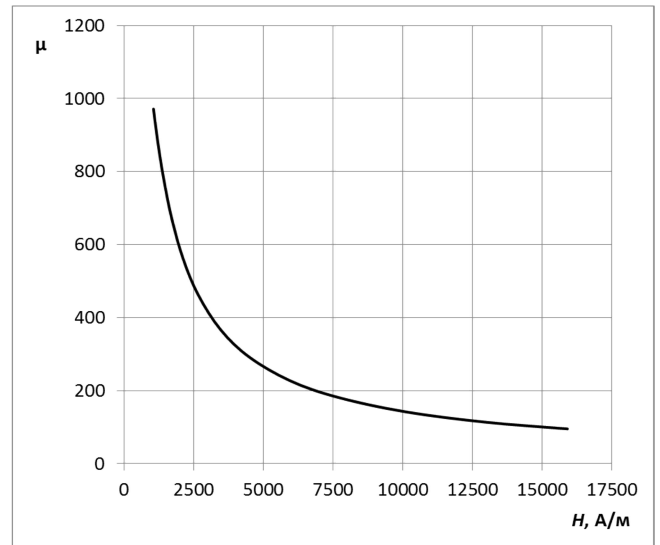


Рис. 3.8 – Зависимость магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля

На рис. 3.9 приведено влияние радиуса индуктора  $R_{ind}$  на погрешность расчета активной мощности при постоянной магнитной проницаемости. Расчет проводился при  $F_m = 1800 \text{ A}$ , при которой в соответствии с графиком на рис. 3.7  $\mu = 195$ .

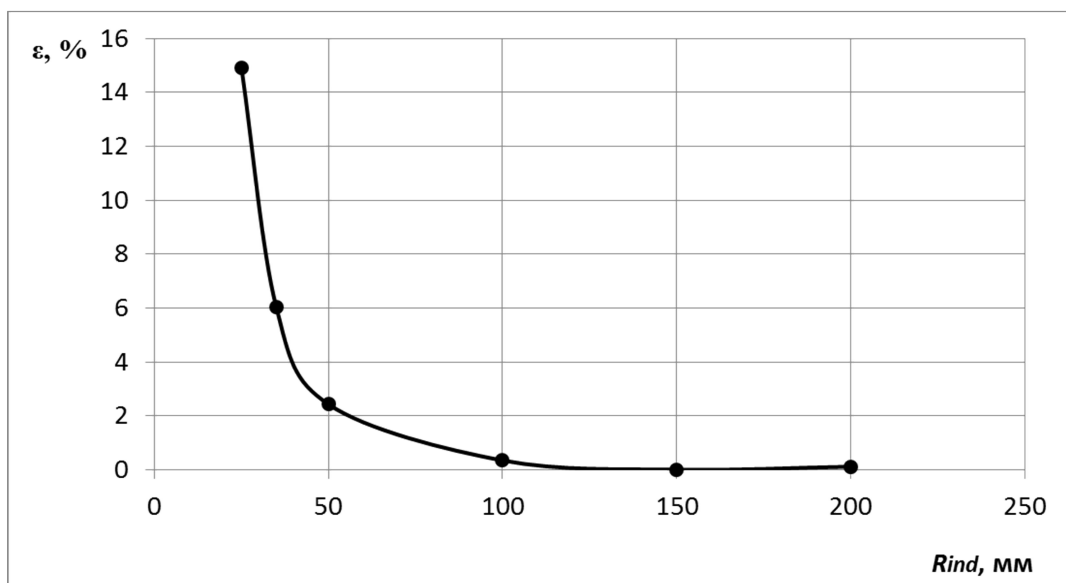


Рис. 3.9 – Влияние радиуса индуктора на погрешность расчета активной мощности

Из представленного графика видно, что погрешности становятся значительными (более 2%) при радиусе индуктора менее 50 мм, т.е. при отношении  $\frac{R_{ind}}{S_{ind}} < 2$ . Данное влияние может быть объяснено «кольцевым эффектом» [17], при котором наблюдается неоднородное распределение плотности тока вокруг индуктора – внутри кольца вихревые токи интенсивнее. В качестве экспериментального подтверждения теоретического предположения на рис. 3.10 приведено поле вихревых токов в области осесимметричного индуктора с радиусом 35 мм и размерами поперечного сечения 25×25 мм (ось симметрии расположена слева). При отношениях  $\frac{R_{ind}}{S_{ind}} > 2$  влиянием радиуса индуктора можно пренебречь.

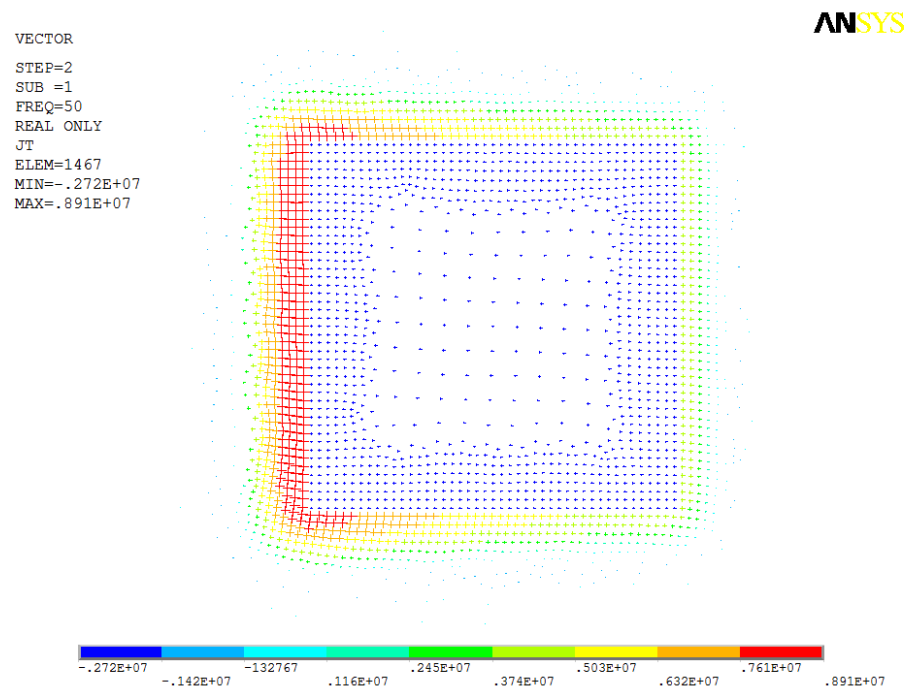


Рис. 3.10 – Проявление «кольцевого эффекта»

Для исследования влияния способа расположения витков индуктора внутри стального паза на выделяемую мощность и магнитную проницаемость проведена серия расчетов для систем, изображенных на рис. 3.11.



Проведенные расчеты показали, что выделяемая мощность и магнитная проницаемость зависят от геометрии поперечного сечения паза и не зависят от способа расположения индуктора внутри него. Максимальное отклонение между результатами, соответствующими трем случаям на рис. 3.11, составило 0,3 %.

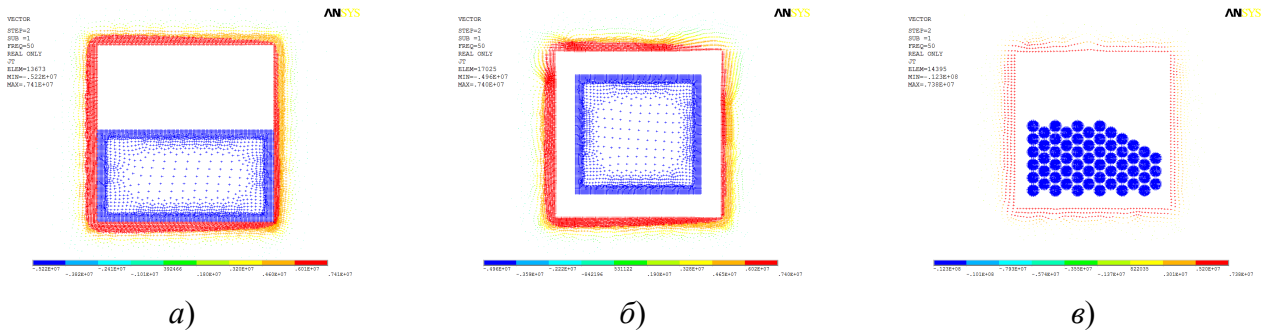


Рис. 3.11 – Поля плотностей тока

для различных способов расположения индуктора внутри паза:

*а) – равномерно снизу; б) – по центру с зазором; в) – с прорисовкой отдельных витков*

Исследование влияния удаленности индуктора от внешних поверхностей плиты  $h_c$  на магнитную проницаемость показало, что данным влиянием можно пренебречь, если эта величина превышает удвоенную глубину проникновения электромагнитной волны в ферромагнитное тело:  $h_c > 2S$ . Данный вывод согласуется с результатами теоретических и экспериментальных исследований индукционного нагрева ферромагнитной стали [44, 76].

В результате исследования взаимного влияния индукторов друг на друга установлено, что при однонаправленных токах возможно их независимое рассмотрение, т.е. для каждого из них применима аппроксимирующая функция, представленная на рис. 3.7. Если при этом у индукторов отличаются МДС, то необходимо задание разных магнитных проницаемостей для областей, окружающих индуктор на глубину  $2S$ .

Независимое рассмотрение индукторов с разнонаправленными токами возможно лишь в том случае, когда расстояние между ними превышает 4-кратную глубину проникновения волны  $S$ . В противном случае использование зависимости, представленной на рис. 3.7, приводит к большим ошибкам, что объясняется наличием между индукторами «нейтральной» области, в которой

отсутствуют вихревые токи (см. рис. 3.12, б). При однонаправленных токах в индукторах вихревые токи, индуцируемые между ними, складываются (см. рис. 3.12, а).

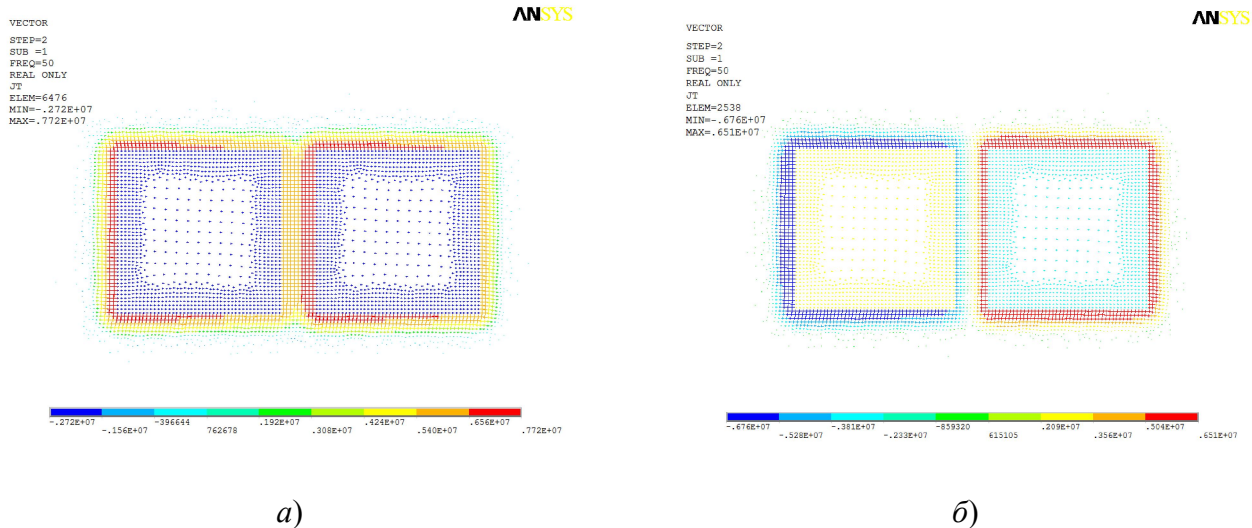


Рис. 3.12 – Поле плотности тока для системы двух индукторов:  
 а) – с однонаправленными токами; б) – с разнонаправленными токами

Выше рассматривались случаи подключения индукторов к идеальному источнику тока. При переходе к идеальному источнику электродвижущей силы (ЭДС), в качестве которого можно рассматривать промышленную электрическую сеть при ряде допущений [83], зависимость, представленная на рис. 3.7, оказывается непригодной. Замена кривой намагничивания постоянным значением магнитной проницаемости осуществлялась таким образом, чтобы обеспечивалось равенство активных мощностей. Но, как было отмечено выше (см. рис. 3.5), характерной особенностью моделей с ферромагнитными материалами является высокое значение коэффициента мощности – примерно на 15 % больше аналогичного параметра для линейных моделей. Как следствие, попытка использования полученных кривых для источника напряжения приводит к ошибочному значению полного тока, у которого неверной является мнимая составляющая. Таким образом, при подключении индукторов к источнику ЭДС требуется пересчет кривой  $\mu = f(F_m)$ . На рис. 3.13 приведены оба графика, различие которых обусловлено несовпадением коэффициентов мощности в линейном и нелинейном расчетах.

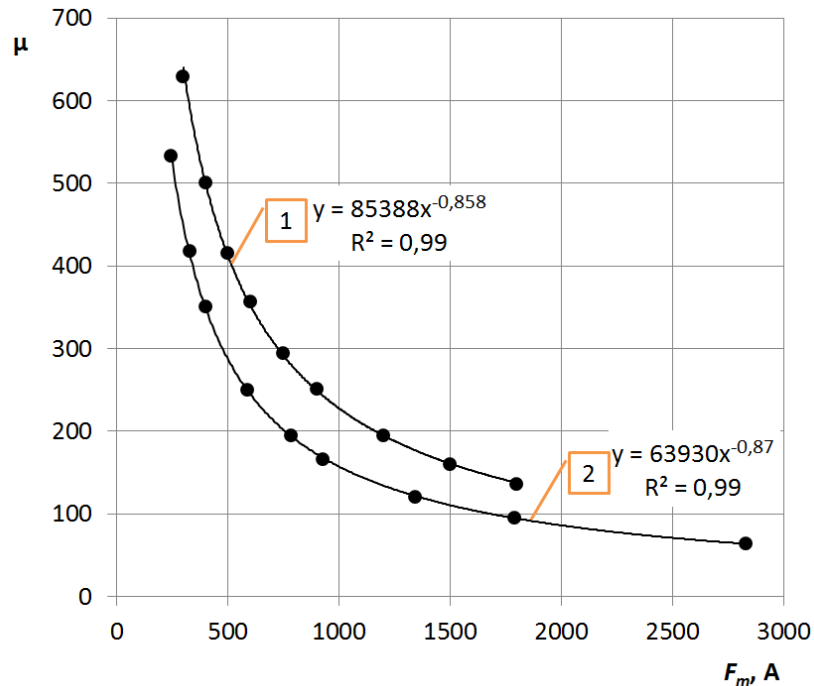


Рис. 3.13 – Зависимость магнитной проницаемости от МДС индуктора с размером паза 25×25 мм: 1 – при подключении к источнику тока; 2 – при подключении к источнику ЭДС

Проведенные исследования магнитной проницаемости ферромагнитной стали позволили предложить методику, изображенную в виде блок-схемы на рис. 3.6. Ключевой особенностью методики является точное воспроизведение поперечного сечения паза и параметров индуктора при расчете магнитной проницаемости. Разработанная методика применима при следующих ограничениях:

- 1) радиус скруглений индуктора должен превышать его удвоенную ширину;
- 2) индуктор должен быть удален от внешних поверхностей плиты на расстояние, превышающее удвоенную глубину проникновения электромагнитной волны в ферромагнитное тело;
- 3) индуктор должен полностью располагаться внутри стального паза;
- 4) индукторы должны располагаться в одной плоскости;
- 5) расстояние между индукторами с разнонаправленными токами должно превышать 4-кратную глубину проникновения электромагнитной волны в ферромагнитное тело.

Любой трехмерный индуктор, для которого выполняются данные условия, можно рассматривать как осесимметричный, т.е. переходить к двумерному описанию и выполнять процедуру определения магнитной проницаемости в соответствии с блок-схемой на рис. 3.6.

Перечисленные выше условия выполняются в подавляющем большинстве практических случаев, что позволяет широко применять разработанную методику для расчета трехмерных моделей, где нелинейный электромагнитный расчет крайне затруднителен.

### 3.2 Методика расчета мощности индукторов

В разделе 3.1 диссертации показано, что трехмерный индуктор можно аппроксимировать двумерной моделью при выполнении ряда условий. Если при этом выбирать радиус осесимметричного индуктора таким образом, чтобы обеспечивалось равенство длин исходного трехмерного  $L_{3D}$  и эквивалентного двумерного  $L_{2D}$  индукторов, то такую модель можно использовать для расчета мощности индуктора. Для этого предложена следующая методика (см. рис. 3.14).

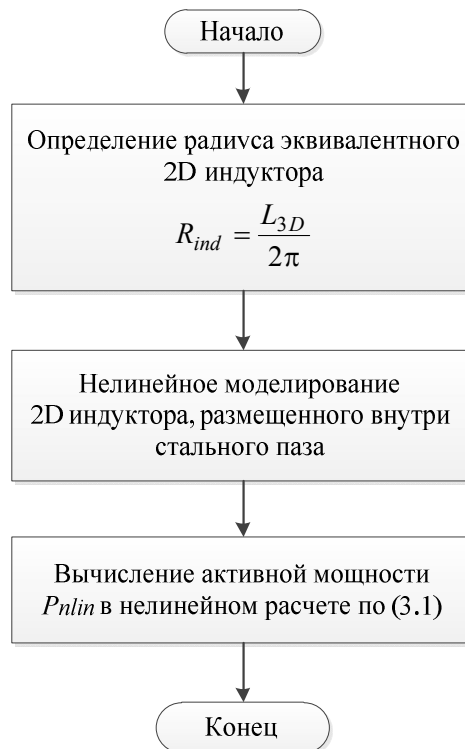


Рис. 3.14 – Методика расчета мощности индукторов

Для апробации методики использовались данные физического эксперимента №1, описанного в разделе 2.5 диссертации. Результаты эксперимента и расчетные значения активной мощности в зависимости от температуры плиты представлены на рис. 3.15. Среднее отклонение расчетных данных от экспериментальных составило 2,7 %.

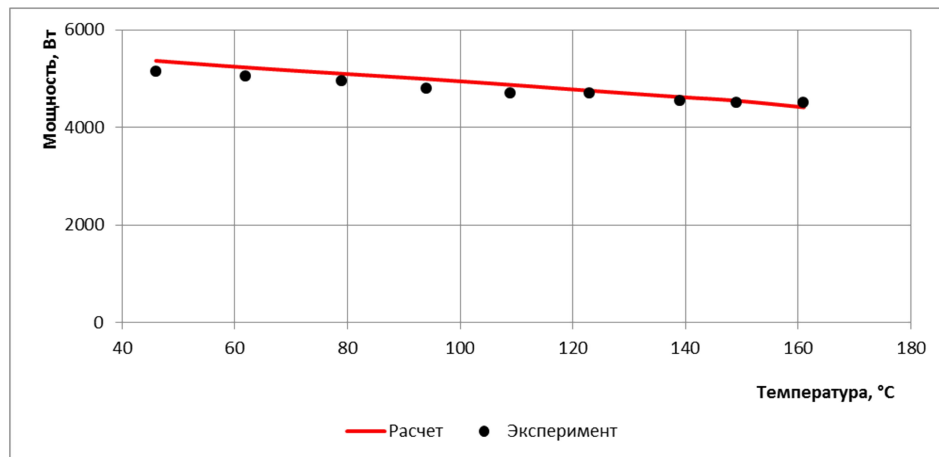


Рис. 3.15 – Сравнение экспериментальных данных с расчетом

Предложенная методика является следствием алгоритма определения магнитной проницаемости, рассмотренного в разделе 3.1 диссертации. При расчете мощности данная методика позволяет учитывать нелинейные характеристики ферромагнитных материалов и выполнять расчеты высокочастотных индукторов. Например, при 50 кГц размеры КЭ в стальном материале вблизи источников магнитного поля в соответствии с (2.73) не должны превышать 0,04 мм. В трехмерной постановке подобный КЭ-расчет может быть реализован только с применением суперкомпьютеров. Рассмотренная методика также очень эффективна для упрощенного расчета температурных полей устройств индукционного нагрева, где принимается допущение о равномерном выделении тепла в объеме пазов под индукторы [84-86].

### 3.3 Численный метод определения коэффициента эффективности излучения омических нагревателей

Для расчета размеров поперечного сечения омических нагревателей по формулам (2.62) и (2.63) требуется задание коэффициента эффективности излучения.

Рассмотрим замкнутую систему из двух излучающих тел. Приведенная степень черноты такой системы определяется по формуле [72]:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{1 + \varphi_{12} \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \varphi_{21} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}, \quad (3.5)$$

где  $\varphi_{12}$  – средний угловой коэффициент излучения тела 1 на тело 2;

$\varphi_{21}$  – средний угловой коэффициент излучения тела 2 на тело 1;

$\varepsilon_1$  – степень черноты тела 1;

$\varepsilon_2$  – степень черноты тела 2.

Далее под телом 1 будем подразумевать нагреватель, под телом 2 – нагреваемое тело.

Для идеального нагревателя, образующего с нагреваемым телом бесконечные параллельные плоскости,  $\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$ . В этом случае получаем известную формулу (2.65) для расчета приведенной степени черноты:

$$\varepsilon_{p\_id} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (3.6)$$

Из выражения (2.63) определим коэффициент эффективности излучения:

$$\alpha_{rad} = \frac{W}{W_{id}}. \quad (3.7)$$

Поверхностная мощность нагревателя  $W$  определяется по формуле:

$$W = \varphi_{12} \varepsilon_p \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4). \quad (3.8)$$

Для идеального нагревателя

$$W_{id} = \varepsilon_{p\_id} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4). \quad (3.9)$$

Следовательно, коэффициент эффективности излучения можно рассчитать по формуле:

$$\alpha_{rad} = \frac{\varphi_{12}\varepsilon_p}{\varepsilon_{p-id}} = \frac{\varphi_{12}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}{\varphi_{12}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) + \varphi_{21}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + 1}. \quad (3.10)$$

Таким образом, данный коэффициент зависит не только от взаимного расположения излучающих тел, но и от их степеней черноты, что принципиально его отличает от угловых коэффициентов. Анализ выражения (3.10) показывает, что при некоторых значениях угловых коэффициентов и степеней черноты коэффициент эффективности излучения может принимать значения более 1, что свидетельствует о существовании условий излучения, которые «лучше идеальных».

Полученная формула (3.10) может применяться в случаях, когда возможен аналитический или численный расчет средних угловых коэффициентов. Однако при наличии в системе третьего тела, выполняющего изолирующую функцию (например, керамического электроизолятора), выражение (3.10) неприменимо. Если при этом изолятор обладает существенной толщиной, то его нельзя рассматривать как тонкий экран и необходимо учитывать процесс теплопроводности внутри него. В этом случае поверхностная мощность нагревателя и коэффициент эффективности излучения могут быть рассчитаны из условия равенства суммарных тепловых потоков от нагревателя к изолятору и от изолятора к нагреваемому телу.

Рассмотрим процесс передачи тепла в бесконечной осесимметричной системе от тела 1 к телу 2, между которыми расположено непрозрачное тело 3 (см. рис. 3.16). Задача состоит в расчете поверхностной мощности  $W$  тела 1. По закону Стефана-Больцмана:

$$W = \varphi_{13}\varepsilon_{13}\sigma_0(T_1^4 - T_{31}^4), \quad (3.11)$$

где  $\varepsilon_{13}$  – приведенная степень черноты тел 1 и 3.

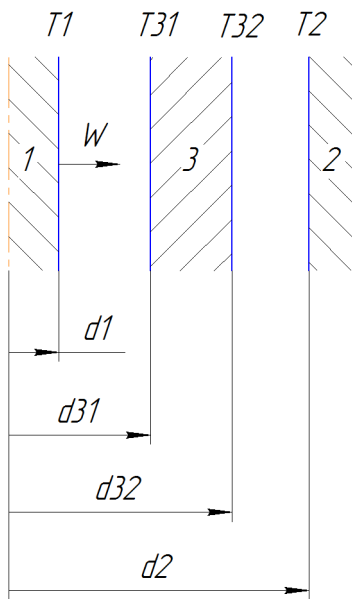


Рис. 3.16 – Передача тепла через непрозрачное тело

нагревателя  $I$ .

Уравнения (3.11) – (3.13) справедливы для осесимметричной системы. В случае более сложной геометрии требуется применение численных методов. По этой причине для расчета коэффициента эффективности излучения предложен принципиально другой подход, основанный на проведении стационарного теплового расчета МКЭ и определении суммарного теплового потока на тепловоспринимающей поверхности  $F_2$  по формуле:

$$Q = \int_{F_2} q dF_2. \quad (3.14)$$

Для определения поверхностной мощности нагревателя  $Q$  относится к его поверхности  $F_1$ :

$$W = \frac{Q}{F_1}. \quad (3.15)$$

Таким образом, предложенный численный метод можно представить в виде блок-схемы, приведенной на рис. 3.17.

Т.к. в стационарном режиме линейная плотность теплового потока в осесимметричной системе не меняется в радиальном направлении, то

$$d_1 W = d_{32} \varphi_{32} \varepsilon_{32} \sigma_0 (T_{32}^4 - T_2^4). \quad (3.12)$$

Температурный напор цилиндрической стенки с теплопроводностью  $\lambda$  определим по выражению

$$T_{31} - T_{32} = \frac{d_1 W \ln\left(\frac{d_{32}}{d_{31}}\right)}{2\lambda}. \quad (3.13)$$

Таким образом, решая полученную систему нелинейных уравнений (3.11) – (3.13) с тремя неизвестными ( $T_{31}, T_{32}, W$ ) можно определить поверхностную мощность  $W$



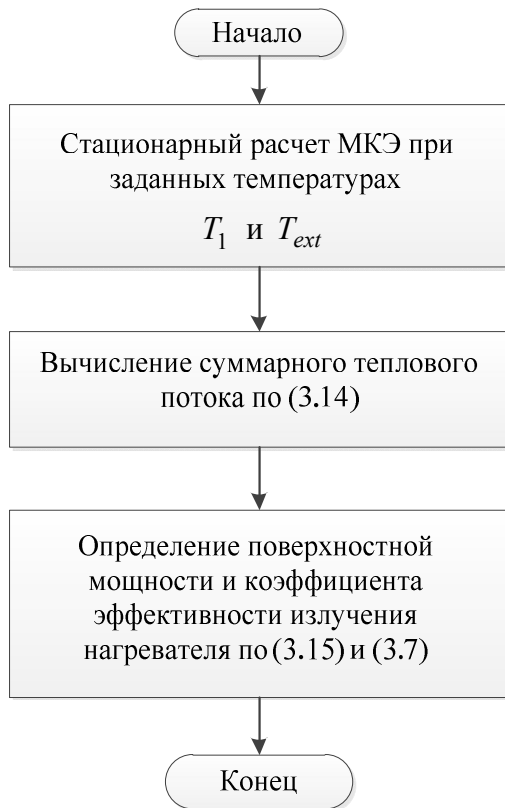


Рис. 3.17 – Метод определения коэффициента эффективности излучения

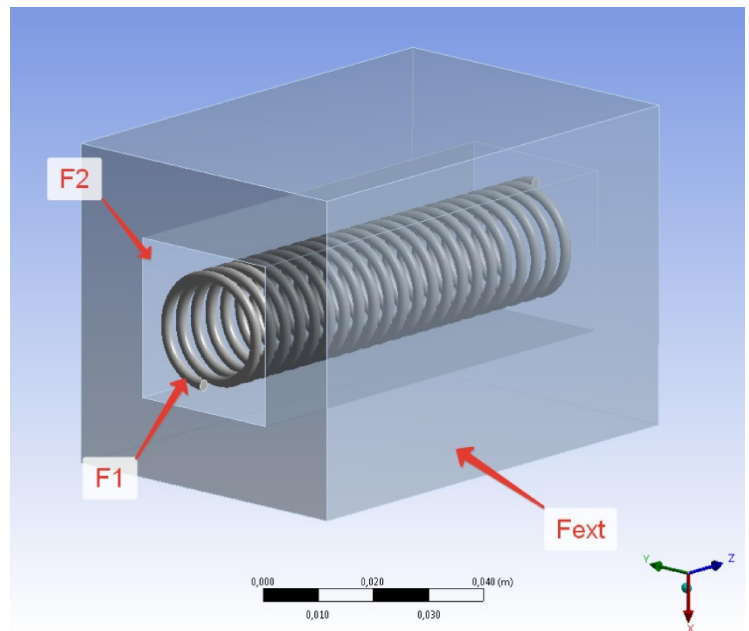


Рис. 3.18 – Моделирование системы излучающих тел для расчета тепловых потоков МКЭ

Методом предусмотрено наличие малой конечной толщины тепловоспринимающего тела, на внешней поверхности которого  $F_{ext}$  (см. рис. 3.18) задается постоянная температура. При таком условии будет наблюдаться градиент температур по толщине стенки, который позволит численно рассчитать тепловой поток на поверхности  $F_2$ .

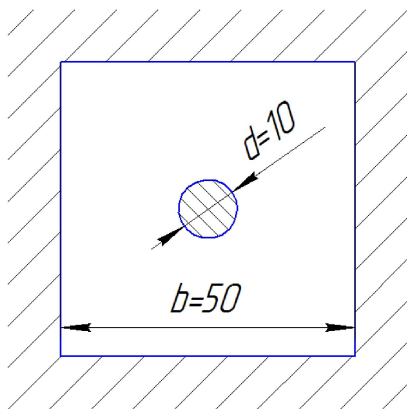


Рис. 3.19 – Тестовая модель

Для проверки метода проведено сравнение результатов его применения с аналитическим расчетом для стержневого нагревателя, размещенного по центру квадратного паза рис. 3.19. Степень черноты нагревателя – 0,8, стенок паза – 0,1. Температура нагревателя – 1273 К, стенок паза – 773 К. Т.к. система тел замкнута и нагреватель выпуклый, то  $\varphi_{12} = 1$ . Из свойства взаимности средних угловых

коэффициентов [87]:  $\varphi_{21} = \varphi_{12} \frac{F_1}{F_2} = \frac{\pi d}{4b} = 0,157$ . По формуле (3.10)  $\alpha_{rad} = 3,848$ .

Физически коэффициент эффективности излучения, превышающий 1, можно объяснить большей площадью тепловоспринимающей поверхности. При малой степени ее черноты поглощательная способность поверхности низкая, но с увеличением ее площади растет суммарный тепловой поток. Таким образом, создаются более выгодные условия для теплообмена излучением по сравнению с условиями для идеального нагревателя.

Интеграл теплового потока по поверхности паза, рассчитанный согласно разработанному методу в системе ANSYS, составил 1468 Вт. Поверхностная мощность нагревателя  $W = \frac{Q}{F_1} = 4,673 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>. Поверхностная мощность идеального нагревателя по формуле (3.9) при данных условиях составляет  $W_{id} = 1,256 \cdot 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>. По формуле (3.7)  $\alpha_{rad} = 3,721$ .

Таким образом, отклонение расчета с помощью разработанного численного метода от аналитического составило 3,3 %.

Предложенный численный метод отличается универсальностью и может быть расширен на непрозрачные тепловому излучению системы для вычисления поверхностной мощности нагревателя. Например, при расчете спирали, изолированной от стенок паза периклазом. В этом случае понятие эффективности излучения теряет смысл, задача состоит в непосредственном определении допустимой поверхностной мощности нагревателя.

### **3.4 Численные методы, реализующие определение переменного шага по времени для решения задачи с учетом автоматической стабилизации температуры**

#### **3.4.1 Численный метод при использовании позиционного регулирования**

При проведении нестационарного теплового расчета в режиме автоматической стабилизации температуры ключевым этапом является задание

шага по времени, значение которого должно позволять адекватно описывать дискретность изменения граничных условий. Завышенные значения шага по времени приводят к запаздыванию переключения регулятора и, как следствие, неадекватному описанию поведения объекта исследования. Использование мелкого шага увеличивает время расчета. Данную проблему возможно решать двумя способами:

- 1) использовать максимально возможный постоянный расчетный шаг;
- 2) использовать переменный расчетный шаг в зависимости от текущего состояния системы и значения управляющего воздействия.

Разберем каждый из этих способов подробно.

Задача определения постоянного шага состоит в нахождении такого максимально возможного значения, уменьшение которого не приводит к существенному увеличению точности расчета. Таким образом, для определения рационального шага по времени требуется проведение серии предварительных численных экспериментов с последовательным уменьшением шага до тех пор, пока не будет достигнуто согласование результатов расчетов на двух последних итерациях.

Использование постоянного шага сопряжено со значительными затратами времени на проведение расчета. Например, нестационарный КЭ анализ (конечное время 3800 с) с шагом 2 с системы «плита – пресс-форма – изделие», содержащей 11595 узлов, занимает 184 мин. на компьютере с 4-ядерным процессором (частота одного ядра 2,8 ГГц).

Использование переменного шага направлено на экономию машинного времени. Но, как было отмечено в главе 1 диссертации, стандартные алгоритмы определения переменного шага оказываются неэффективными в расчетах систем автоматического регулирования, поскольку не учитывают дискретность во времени граничных условий. При переключении регулятора происходит резкое перераспределение тепловых потоков в системе. В эти моменты времени требуется максимальная точность. В дальнейшем шаг может быть увеличен.

Проблема отслеживания моментов времени, в которые происходит переключение регулятора, решается возвратом к предыдущей итерации с применением линейной интерполяции для вычисления нового шага. Поясним на примере.

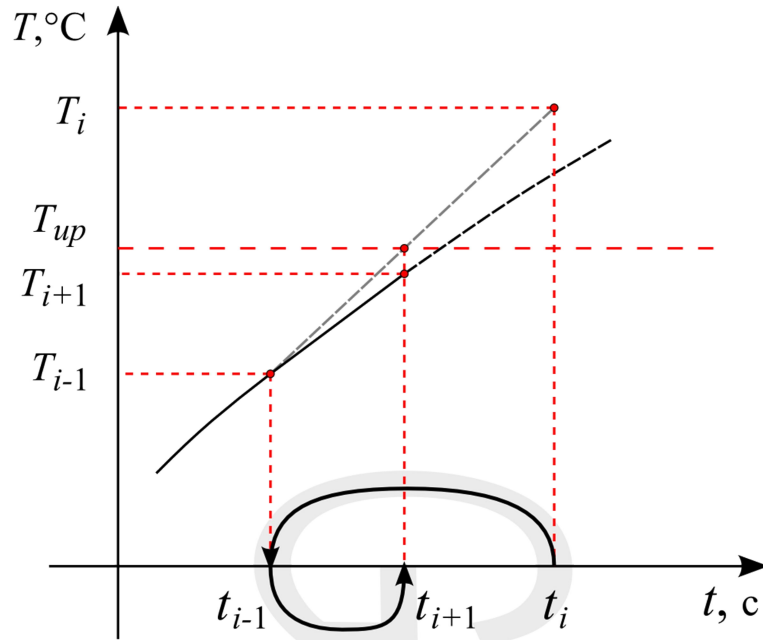


Рис. 3.20 – Схема работы G-алгоритма

В момент времени  $t_i$  (см. рис. 3.20) температура контрольной термопары  $T_{sensor} = T_i$  превышает верхний порог срабатывания регулятора  $T_{up}$ . Задача состоит в нахождении такого момента времени  $t_{i+1}$ , для которого  $T_{sensor} = T_{up}$ . Решение основано на предположении о линейном изменении температуры контрольной термопары:

$$t_{i+1} = (t_i - t_{i-1}) \frac{T_{up} - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} + t_{i-1}. \quad (3.16)$$

Таким образом, выполняется возврат к предыдущей итерации  $i-1$  и выполнение расчета с шагом  $b = t_{i+1} - t_{i-1}$ , что условно показано на рис. 3.20 с помощью стрелок на временной оси, символизирующих поворотную букву «G». Далее алгоритм определения моментов срабатывания регулятора или загрузки изделий будем называть *G-алгоритмом*. Поскольку зависимость температуры

контрольной термопары от времени нелинейная, будет наблюдаться некоторая погрешность при определении  $t_{i+1}$ . Практические расчеты показали, что величина  $|T_{up} - T_{i+1}|$  не превышает  $0,1$  °С.

Для разработки эффективного алгоритма нахождения расчетного шага по времени было проведено исследование поведения температуры контрольной термопары в предварительном расчете, схема которого изображена на рис. 3.21.

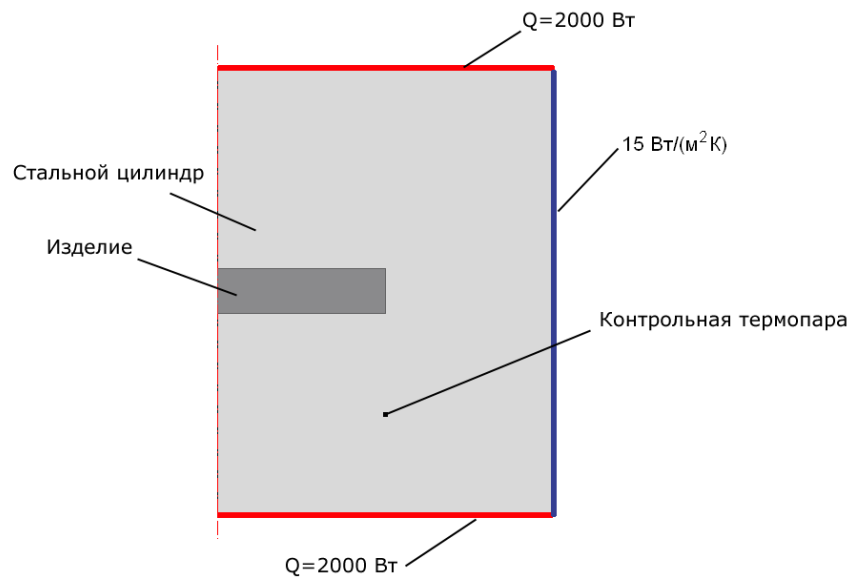


Рис. 3.21 – Геометрия модели для исследования температуры контрольной термопары в режиме стабилизации

Расчетная модель представляет собой стальной цилиндр радиусом  $150$  мм и высотой  $200$  мм с заключенным внутри изделием толщиной  $20$  мм. Радиус изделия –  $75$  мм. Тепловая нагрузка задавалась в виде тепловых потоков интенсивностью  $2000$  Вт, отнесенных к основаниям цилиндра. Тепловые потери задавались на цилиндрической поверхности с помощью коэффициента теплоотдачи  $15$  Вт/(м<sup>2</sup>К). Начальная температура системы –  $10$ °С, уставка регулятора на срабатывание  $T_{set} = 150$  °С, зона нечувствительности регулятора  $2\Delta_T = 2$  °С, температура загрузки изделия –  $149$  °С.

Степень нелинейности изменения физической величины описывается ее второй производной. Поэтому на рис. 3.22 приведены графики температуры контрольной термопары (кривая 1) и вторая производная ее значений (кривая 2).

Как видно из рис. 3.22, время разогрева металлического цилиндра от начальной температуры до температуры загрузки изделия составило около 1500 с. Далее осуществляется автоматическая стабилизация температуры.

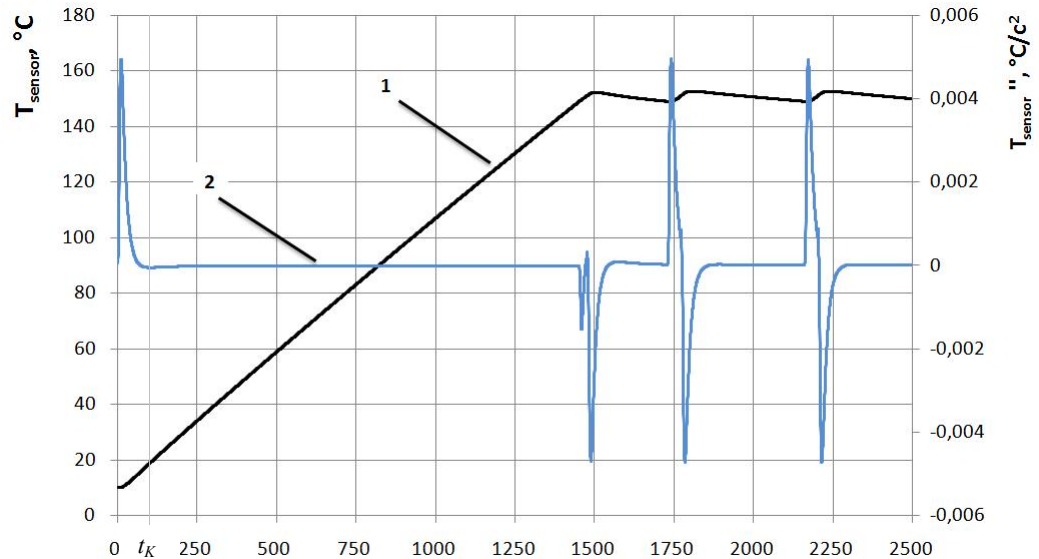


Рис. 3.22 – Результаты предварительного расчета:  
 1 – температура контрольной термопары, °C; 2 – вторая производная температуры контрольной термопары, °C/c<sup>2</sup>

На кривой значений второй производной наблюдается шесть характерных экстремумов, которые свидетельствуют о резком изменении тепловых потоков вблизи контрольной термопары. Первый экстремум соответствует моменту включения индукторов, когда имеет место короткий этап нелинейного изменения температуры  $[0; t_k]$ . Последующие экстремумы в моменты времени 1500, 1750, 1800, 2150 с связаны с моментами включения и выключения нагревателей. Незначительное колебание кривой в момент времени 1450 с объясняется загрузкой изделия, которое нагревается за счет тепла цилиндра.

Таким образом, индикатором резких изменений в системе, оказывающих большое влияние на ее дальнейшее поведение, является высокое абсолютное значение второй производной температуры контрольной термопары. Поэтому в такие моменты времени для более точного описания поведения системы целесообразно использование мелкого расчетного шага по времени.

Однако анализ динамики температуры одной контрольной точки не позволяет в полной мере судить о температурных изменениях, происходящих во

всей расчетной области. Изменения, вызываемые срабатыванием регулятора, отражаются на графиках с некоторой задержкой, характеризующей инерционность системы. Очевидно, что с увеличением расстояния контрольной точки от источников тепла инерционность будет расти. Следовательно, описываемый алгоритм определения шага окажется нечувствительным к

изменениям тепловых потоков в расчетной области между источниками тепла и контрольной точкой, что приведет к высокой погрешности при расчете нестационарного температурного поля всей системы. Данная проблема может быть решена одним из двух способов:

- 1) заданием минимального расчетного шага в фазах инерционности;
- 2) при помощи учета нескольких контрольных точек.

В пределах для второго подхода необходимо нахождение вторых производных во всех расчетных точках системы, что связано с большими объемами вычислений. Недостаток использования нескольких контрольных точек – необходимость проведения серии предварительных расчетов или экспертной оценки для принятия решения о количестве и схеме расположения точек.

Первый подход лишен этих недостатков, т.е. является универсальным.

По этим причинам построение алгоритма определения расчетного шага по времени осуществлено на основе задания минимального шага в фазах инерционности системы. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 3.23.

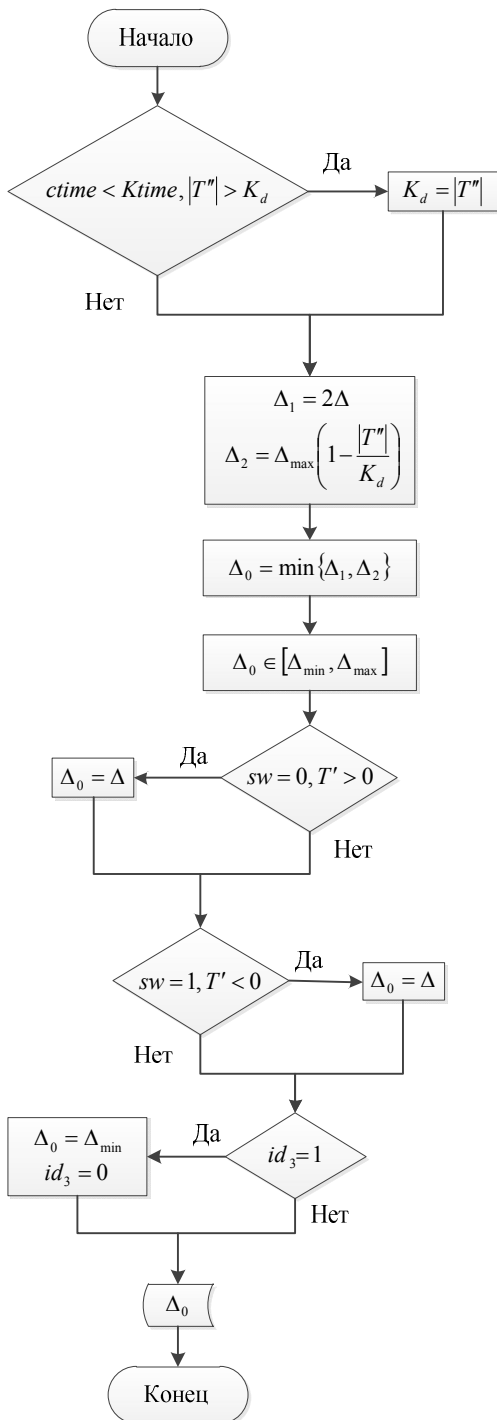


Рис. 3.23 – Блок-схема алгоритма определения шага по времени

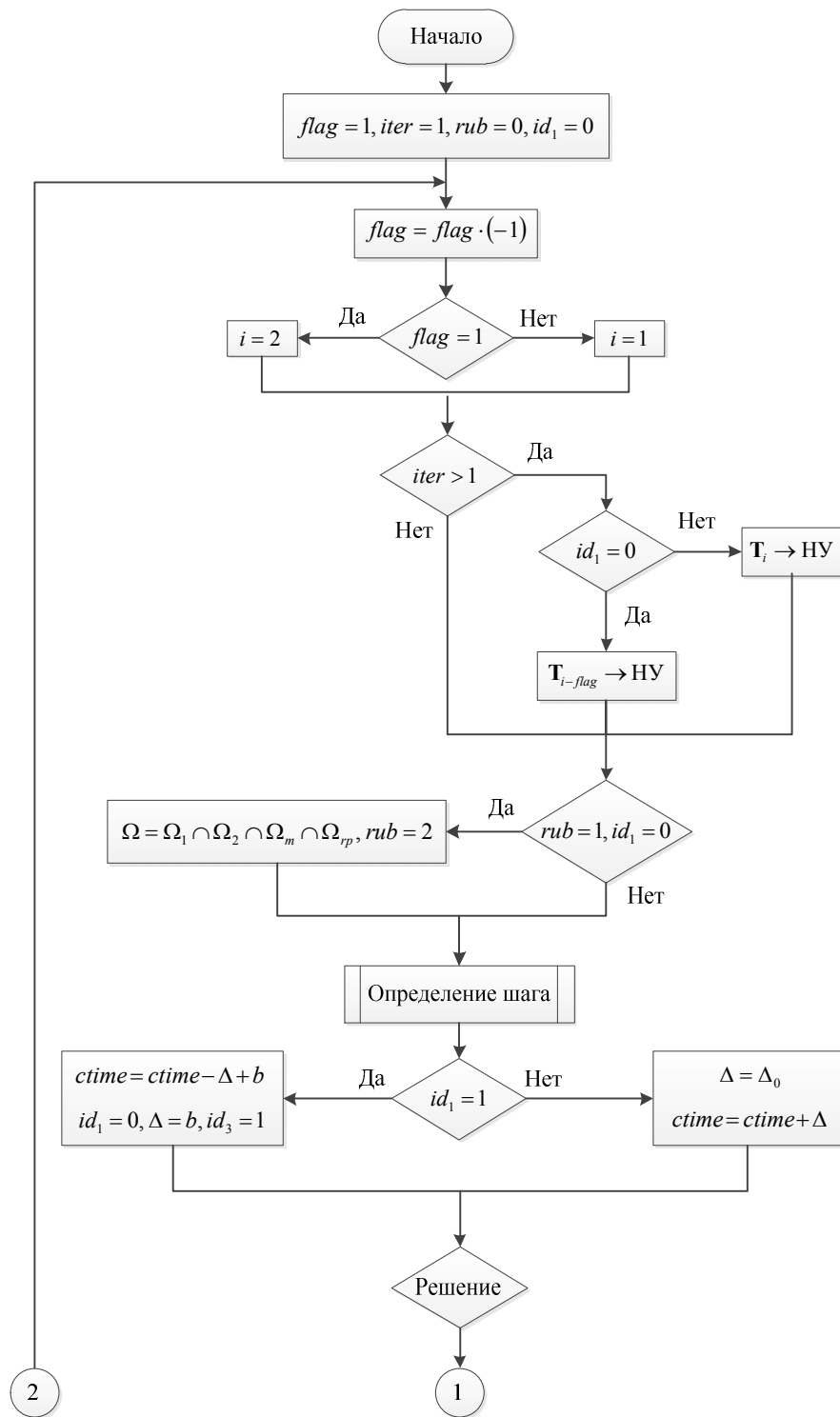


Рис. 3.24 – Блок-схема алгоритма расчета температурных полей в режиме автоматического регулирования температуры

Алгоритм предполагает использование коэффициента  $K_d$ , предназначенного для учета нелинейности изменения температуры. Предлагается задавать  $K_d$  таким образом, чтобы переменная  $\Delta_2$  принимала значения  $[0, \Delta_{\max}]$ . При этом следует иметь в виду, что высокое значение коэффициента приведет к



большому расчетному шагу, а малое значение  $K_d$ , напротив, будет связано с большим объемом вычислений. Эти обстоятельства снизят эффективность алгоритма.

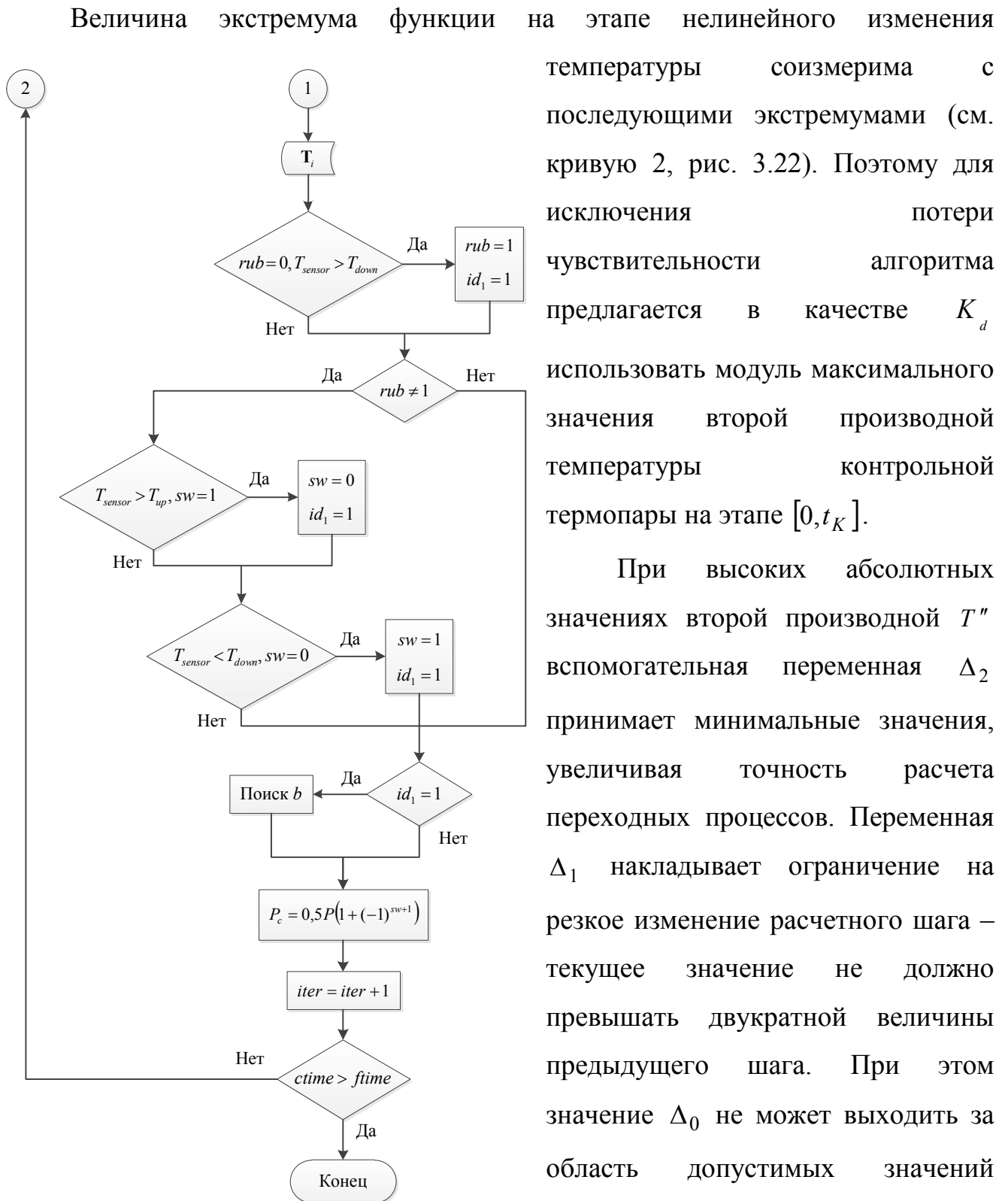


Рис. 3.24 (продолжение)

Следующий шаг работы

алгоритма – запрет изменения шага в фазах инерционности: при увеличении температуры при выключенных нагревателях и понижении при включенных. При этом на первой итерации после срабатывания регулятора устанавливается минимальный шаг. Для идентификации данных итераций используется переменная  $id_3$ , которая принимает значение «1» сразу после срабатывания регулятора и значение «0» в остальных случаях.

Общий алгоритм расчета температурных полей в режиме автоматического регулирования представлен на рис. 3.24. В целях увеличения быстродействия расчетного алгоритма сохраняются результаты только двух последних итераций с индексами «1» и «2». Чередование текущего индекса  $i$  осуществляется при помощи переменной  $flag$ , принимающей значения «1» и «-1». При необходимости возврата к предыдущему шагу ( $id_1 = 1$ ) в качестве начального условия для новой итерации задается массив температур  $T_i$ , в противном случае ( $id_1 = 0$ ) используется  $T_{i-flag}$ .

Переменная  $rub$  является идентификатором загрузки изделий и принимает 3 значения: «0» – изделия не загружены, «1» – требуется загрузка изделий на следующей итерации, «2» – изделия загружены. Переключение регулятора моделируется изменением переменной  $sw$  («0» – индукторы выключены, «1» – индукторы включены) в зависимости от температуры контрольной термопары  $T_{sensor}$ .

Поиск нового шага  $b$  при переключении регулятора выполняется при помощи G-алгоритма с использованием формулы (3.16). Далее вычисляется текущее значение мощности индукторов  $P_c$ . Цикл решения продолжается до тех пор, пока текущее время  $ctime$  не превысит конечное время  $ftime$ .

### 3.4.2 Численный метод при использовании ПИД-регулирования

Минимальный период обновления управляющего сигнала ПИД-регулятора ограничивается быстродействием контроллеров и может составлять десятки миллисекунд. Для ПИД-регулятора ТРМ151 [88], выпускаемого компанией ОВЕН

[89], данная величина составляет 0,3 с. Разработка имитационной модели, которая точно воспроизводит поведение системы, требует использования столь же малого постоянного расчетного шага по времени, что связано с большими объемами вычислений. Необходимо отметить, что целью работы, изложенной в данном разделе диссертации, не является разработка подобной модели, задача состоит в сокращении времени расчета при сохранении его точности. Под точностью подразумеваются характеристики нестационарных температурных полей. При этом параметры моделируемых ПИД-регуляторов могут отличаться от реальных значений ввиду разного периода дискретизации.

При увеличении шага по времени погрешность определения интегральной части закона регулирования будет увеличиваться. Для повышения точности предлагается вычислять интеграл по формуле трапеций:

$$Int_n = Int_{n-1} + \frac{K_I}{2}(t_n - t_{n-1})(e_{n-1} + e_n). \quad (3.17)$$

На дифференциальную составляющую величина шага не будет оказывать серьезного влияния при условии линейного (или близкого к нему) изменения контролируемого параметра. К нелинейностям приводят, прежде всего, резкие изменения управляющего воздействия. Для минимизации погрешности величину расчетного шага следует уменьшать пропорционально производной управляющего воздействия.

Величину расчетного шага  $\Delta$  с порядковым номером  $n$  предлагается определять по следующим зависимостям:

$$\Delta_n = \min\{\Delta_{var\_pow}, \Delta_{smooth}, \Delta_{max\_pow}\}; \quad (3.18)$$

$$\Delta_{var\_pow} = \Delta_{max} \left(1 - \frac{|Q'|}{K_\Delta}\right) + \Delta_{min}; \quad (3.19)$$

$$\Delta_{smooth} = 2\Delta_{n-1}; \quad (3.20)$$

$$\Delta_{max\_pow} = \frac{Q_{max} - Y}{Y'}, Y > Q_{max}, Y' < 0, \quad (3.21)$$

где  $\Delta_{var\_pow}$  – шаг из условия пропорциональности производной управляющего воздействия;

$K_{\Delta}$  – коэффициент «масштабирования» управляющего воздействия;

$\Delta_{smooth}$  – шаг из условия плавного увеличения (новый расчетный шаг не должен превышать двукратной величины предыдущего);

$\Delta_{max\_pow}$  – шаг из условия равенства выходного сигнала регулятора максимальному управляющему воздействию.

Последнее условие требуется для отслеживания методом экстраполяции момента времени, начиная с которого происходит понижение управляющего воздействия. Для пояснения на рис. 3.25 приведены расчетные графики выходного сигнала регулятора и управляющего воздействия без учета условия (3.21) и с его добавлением соответственно.

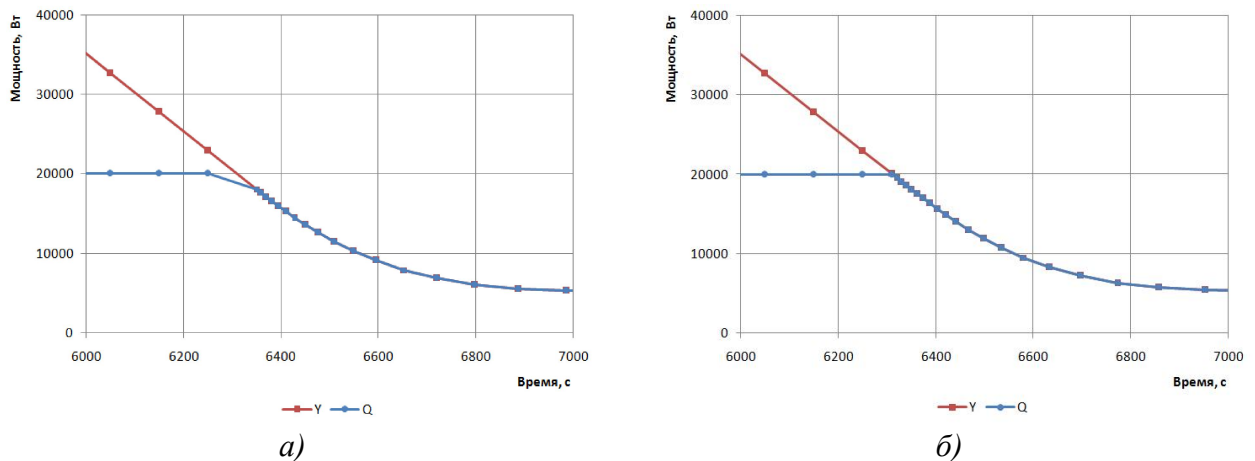


Рис. 3.25 – Графики выходных сигналов регулятора и управляющего воздействия:  
а) – без условия (3.21); б) – с условием (3.21)

Как видно из представленных графиков, максимальное управляющее воздействие  $Q_{max}$  ограничено значением 20 кВт. На левых графиках расчетный шаг меняется с опозданием, которое может стать причиной возникновения дополнительной погрешности. На правых графиках условие (3.21) задает такой шаг, при котором прогнозируется пересечение кривой выходного сигнала регулятора  $Y$  с максимальным управляющим воздействием.

В качестве  $K_{\Delta}$  принимается модуль производной выходного сигнала регулятора в расчетной точке  $n^*$ , для которой выполняются условия:

$$Y_{n^*} > Q_{\max}; \quad (3.22)$$

$$Y_{n^*+1} \leq Q_{\max}. \quad (3.23)$$

Дополнительно на  $\Delta_n$  накладывается ограничение в виде неравенства

$$\Delta_{\min} \leq \Delta_n \leq \Delta_{\max}. \quad (3.24)$$

В задаче нагрева прессового оборудования ПИД-регулятор в течение длительного времени компенсирует рассогласование, которое лежит за пределами диапазона управляемой переменной. В такой ситуации возникает эффект *интегрального насыщения*, при котором величина интегральной части становится очень большой, что может привести к значительному перерегулированию [90]. Проблема может быть решена заданием малого коэффициента усиления интегрального слагаемого. Однако в этом случае ПИД-регулятор станет более инерционным, что в целом снизит качество регулирования. По этим причинам в реальных ПИД-регуляторах для устранения эффекта интегрального насыщения используются специальные алгоритмы, ограничивающие интегральную составляющую.

В наиболее простой реализации «антинасыщающей» поправки интеграл сбрасывается до такого значения, чтобы выходной сигнал регулятора не превышал установленного предела, т.е. не входил в зону насыщения:

$$Int_n = \frac{1}{K_I} \left( Q_{\max} - K_P e_n - K_D \frac{e_n - e_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right), \text{ если } Y_n > Q_{\max} \wedge K_I > 0. \quad (3.25)$$

Уравнение для выходного сигнала регулятора (2.80) переписывается в следующем дискретном виде:

$$Y_n = K_P e_n + K_I \cdot Int_n + K_D \frac{e_n - e_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}. \quad (3.26)$$

Настройку параметров ПИД-регулятора с защитой от интегрального насыщения целесообразно проводить в соответствии с методом Циглера-Никольса, основанного на использовании запаса устойчивости объекта управления [91, 92].

### 3.5 Тестирование разработанных численных методов, реализующих определение переменного шага по времени

Для тестирования алгоритмов определения переменного шага по времени при двухпозиционном регулировании проведены расчеты нагрева и стабилизации температуры при изготовлении четырех типов изделий, представленных на рис. 3.26.

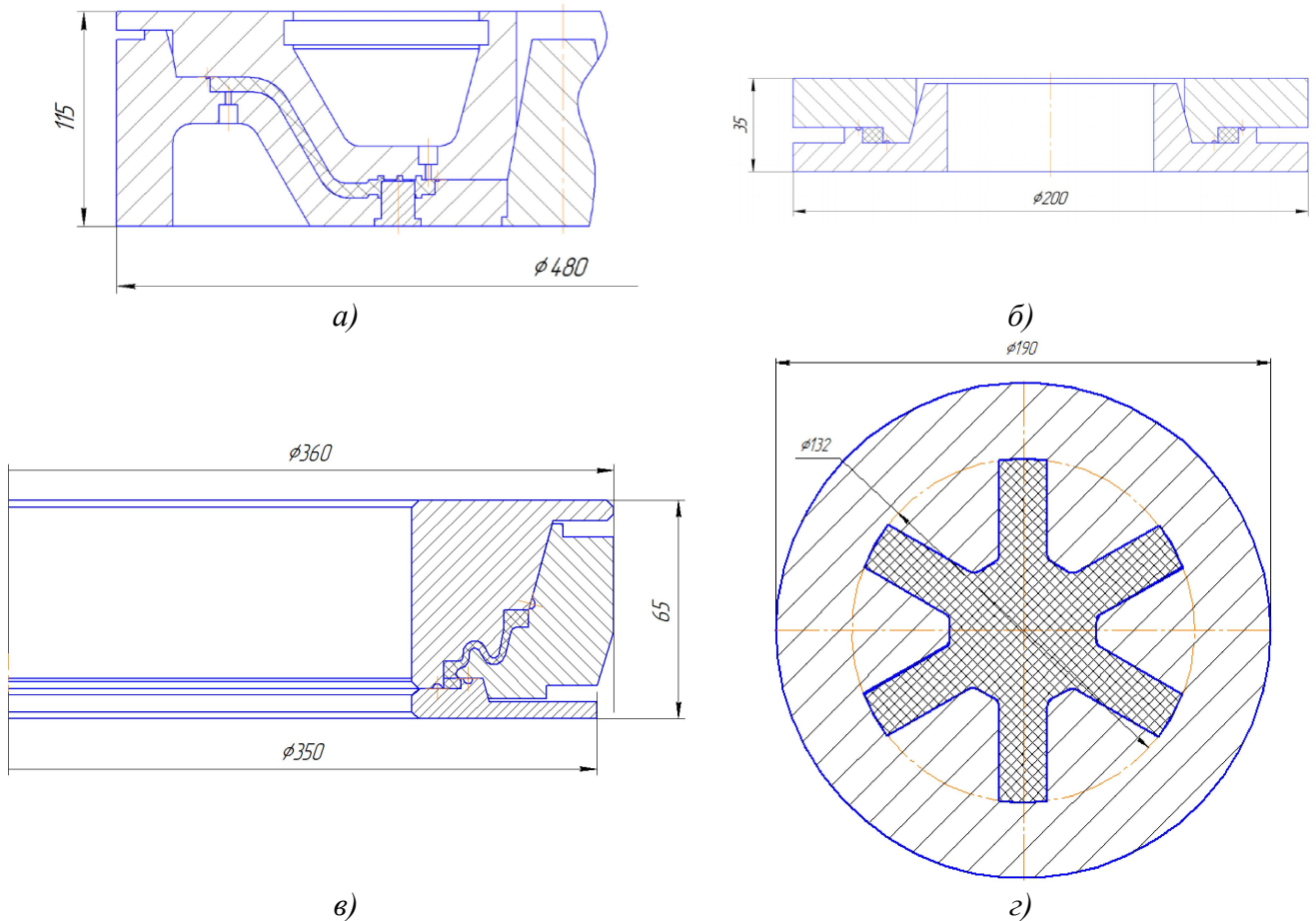


Рис. 3.26 – Геометрия тестовых пресс-форм и РТИ:  
 а) – мембрана; б) – прокладка; в) – пыльник; з) - звездочка

Как видно из рис. 3.26, представленные изделия отличаются объемом и сложностью геометрии.

На рис. 3.27 и 3.28 представлены графики температуры контрольной термопары (кривая 1) и ее второй производной (кривая 2) для системы «плита – пресс-форма – мембрана». Рис. 3.27, соответствующий начальному периоду нагрева, иллюстрирует определение коэффициента  $K_d$ , равного экстремуму второй производной температуры контрольной термопары. Для наилучшей

работы алгоритма определения переменного шага по времени данный коэффициент должен быть максимально близок к значениям экстремумов второй производной на стадии стабилизации температуры. Совместный анализ графиков вторых производных температур на рис. 3.27 и 3.28 показывает, что данное условие выполняется.

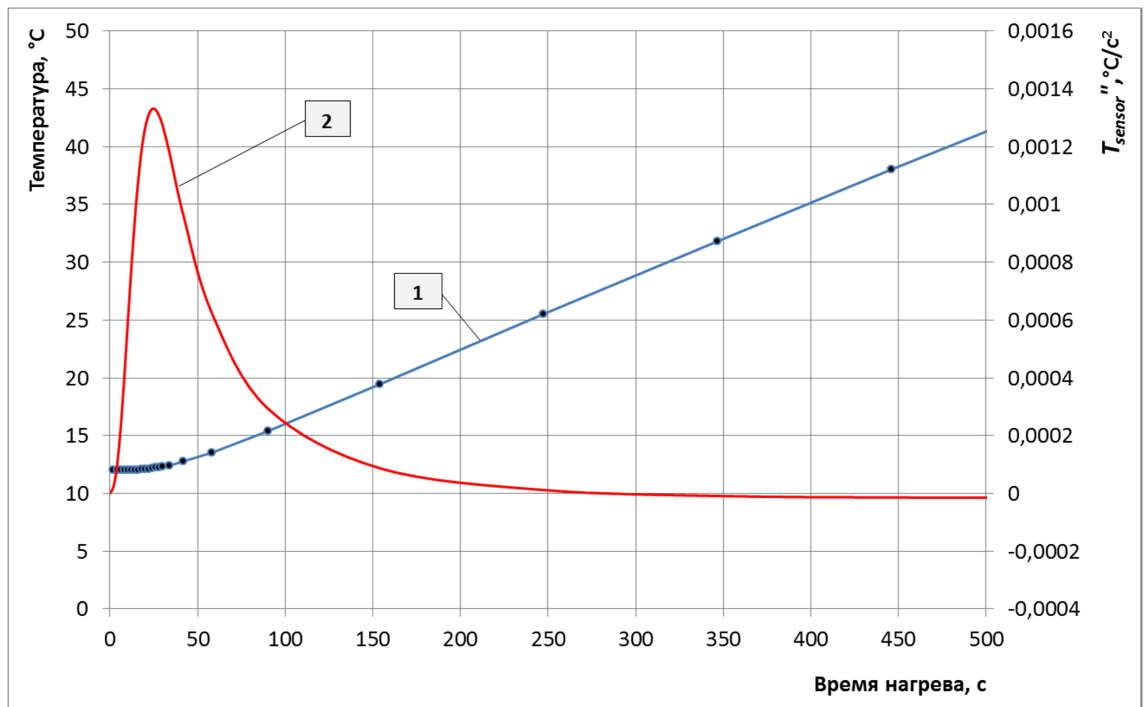


Рис. 3.27 – Изменение температуры контрольной термопары в начальном периоде нагрева:

1 – температура контрольной термопары, °C; 2 – вторая производная температуры контрольной термопары, °C/s²

Поскольку наибольший интерес с точки зрения анализа результатов представляет период стабилизации температуры, то представленные на рис. 3.28 графики изображены для диапазона времени 2500 – 4000 с. Расчетные значения температуры контрольной термопары показаны на кривой 1 с помощью маркеров. Уставка регулятора на срабатывание  $T_{set} = 151\text{ °C}$  обусловлена соответствующей температурой вулканизации резиновой смеси ИРП-1347, применяемой для изготовления мембран.

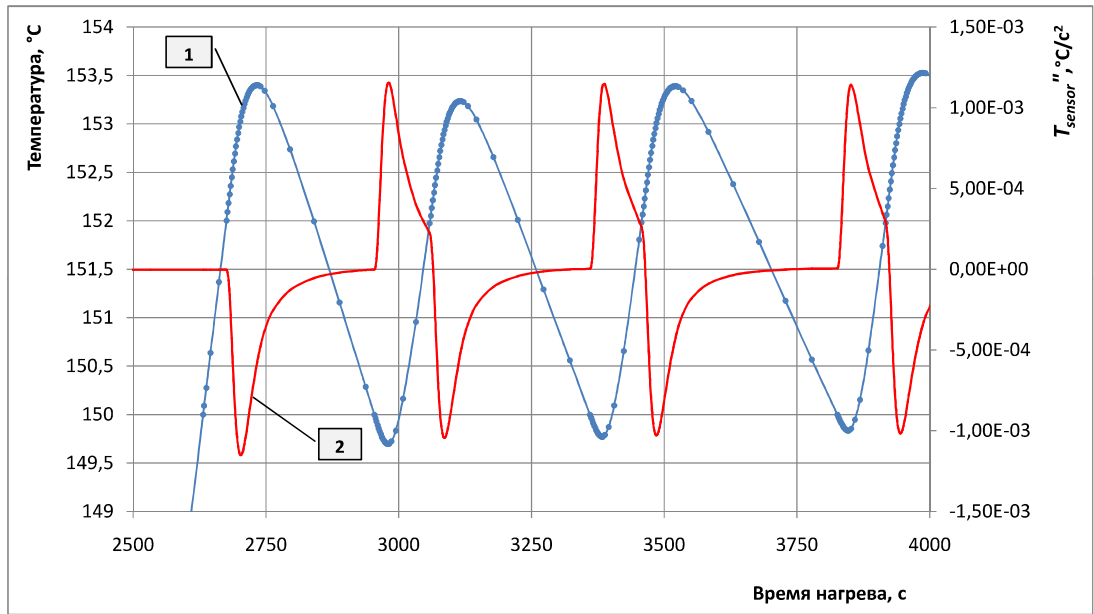


Рис. 3.28 – Изменение температуры контрольной термопары в периоде стабилизации:

*1 – температура контрольной термопары, °C; 2 – вторая производная температуры контрольной термопары, °C/s<sup>2</sup>*

Время загрузки изделия (2632 с), соответствующее температуре 150°C, найдено при помощи G-алгоритма. Погрешность, вызванная использованием линейной интерполяции при определении этого времени, составила 5 мс. Максимальная погрешность определения моментов срабатывания регулятора в данном расчете не превысила 0,7 с. Таким образом, применение интерполяции более высоких порядков нерационально.

Согласно результатам численных расчетов, контрольная термопара достигает верхнего порога срабатывания регулятора 152°C к моменту времени 2676 с. Затем в течение 58 с наблюдается этап тепловой инерции, когда при выключенных индукторах температура контрольной термопары продолжает увеличиваться с максимальным отклонением от верхнего предела срабатывания регулятора 1,4 °C.

Первое уменьшение температуры контрольной термопары на интервале 2734 – 2954 с происходит с соизмеримой с нагревом скоростью. Необходимо отметить, что и в этом случае уменьшение температуры также сопровождается



тепловой инерцией: в течение 26 с температура контрольной термопары продолжает уменьшаться.

Как видно из рис. 3.28 (кривая 1), в дальнейшем скорость уменьшения температуры контрольной термопары в периоды отключения индукторов плавно снижается. Эту особенность можно объяснить тем, что в начале режима регулирования в объеме плит существуют «холодные» области, на нагрев которых расходуется поступающее в систему тепло.

Совместный анализ кривых 1 и 2 рис. 3.28 позволяет сделать вывод, что в периоды тепловой инерции, когда изменение температуры контрольной термопары приобретает нелинейный характер (высокие абсолютные значения второй производной), используется минимальный расчетный шаг по времени. При снижении второй производной по модулю шаг увеличивается согласно разработанному алгоритму (см. рис. 3.23), что позволяет существенно сократить время расчета.

Для изделий, изображенных на рис. 3.26, проведены серии расчетов при использовании постоянного и переменного шага по времени. Результаты представлены в табл. 3.1.

Табл. 3.1 – Результаты расчетов систем «плита – пресс-форма – изделие»

Изделие	Число расчетных шагов		Время расчета, ч	
	(переменный шаг)	(постоянный шаг)	(переменный шаг)	(постоянный шаг)
Мембрана	259	2000	4,0	30,9
Прокладка	361	2500	4,2	29,1
Пыльник	155	1650	3,1	33,0
Звездочка	314	2500	4,0	31,8

Предварительно был определен максимально допустимый постоянный шаг по времени, уменьшение которого не приводит к повышению точности расчета. Данная величина составила 2 с. Отклонения между результатами расчетов с использованием постоянного и переменного шага по времени по периодам включения и выключения индукторов не превысили 5 %. Таким образом, при

сохранении точности использование разработанных алгоритмов позволило сократить время расчета в среднем с 30 до 4 ч.

### **Выводы по главе**

1. Для решения уравнений математической модели индукционного нагрева разработана методика определения магнитной проницаемости ферромагнитной стали, предусматривающая использование двумерной математической модели нелинейных электромагнитных процессов в стальных осесимметричных плитах и позволяющая свести нелинейную электромагнитную задачу к линейной, решение которой не вызывает вычислительных трудностей.

2. Разработана методика расчета мощности индукторов, являющаяся следствием методики определения магнитной проницаемости, позволяющая определять мощность высокочастотных индукторов при учете нелинейных свойств ферромагнитных материалов. Методика эффективна для упрощенного расчета температурных полей индукционных плит, где принимается допущение о равномерном выделении тепла в объемах пазов под индукторы.

3. Разработан метод определения коэффициента эффективности излучения омических нагревателей, основанный на численном расчете суммарного теплового потока на тепловоспринимающей поверхности. Метод отличается универсальностью и может использоваться для непосредственного расчета поверхностной мощности нагревателя, отдающего тепло посредством теплопроводности в непрозрачных тепловому излучению средах.

4. Для решения уравнений математической модели нагрева плиты с учетом автоматической стабилизации температуры с помощью МКЭ разработаны алгоритмы определения переменного шага по времени, позволяющие сократить время расчета в среднем с 30 до 4 часов без потери точности по отношению к решениям с постоянным шагом.

## 4 ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

### 4.1 Постановка задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты

Для оптимизации конструктивных характеристик индукционной нагревательной плиты в качестве критерия оптимальности предложено использовать разность между максимальной и минимальной температурами рабочей поверхности плиты:

$$\Delta = \max T_w - \min T_w, \quad (4.1)$$

где  $T_w$  – температурное поле рабочей поверхности нагревательной плиты.

Выбор в пользу данного критерия сделан по причине универсальности плит, обеспечивающих равномерные поля на рабочих поверхностях. В настоящее время на промышленных предприятиях наиболее востребовано оборудование, которое может использоваться для производства продукции широкого ассортимента.

Формализованную постановку задачи оптимизации можно представить в следующем виде:

Необходимо найти число индукторов  $n$  и их конструктивные характеристики (диаметр провода  $d_{cond}$ , число витков  $\omega$ , координаты центра  $x_c$  и  $y_c$ , ширину паза  $s_{ind}$ , глубину паза  $h_{ind}$ , длину и ширину  $l_x$  и  $l_y$  индуктора прямоугольной формы, радиус  $R_{ind}$  индуктора круглой формы) такие, что критерий оптимальности (4.1) достигает минимального значения при выполнении условий математической модели (2.15), (2.23) – (2.40), (2.42) – (2.59).

### 4.2 Решение задачи оптимизации

Можно выделить следующие факторы, существенно осложняющие решение задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательных плит:

1) сложность физических процессов (прежде всего, электромагнитных), протекающих при индукционном нагреве ферромагнитной стали, а также большое количество воздействующих факторов;

2) важные для практического применения процессы нагрева являются нестационарными;

3) расчет температурных полей с использованием математической модели индукционного нагрева (2.15), (2.23) – (2.40), (2.42) – (2.59) требует существенных затрат машинного времени. По этой причине применение методов оптимизации, для которых необходимо многократное решение уравнений математической модели нагрева плиты, затруднительно из-за ограниченности вычислительных ресурсов и больших затрат времени на реализацию. Данный фактор усиливается большим числом варьируемых параметров плиты;

4) численные расчеты показали, что конструктивные характеристики по-разному влияют на температурные поля плит различных конфигураций. Поэтому невозможно выработать универсальные рекомендации для оптимального проектирования и оценки нагревательных плит.

Время проведения одного расчета делает невозможным использование на практике классических методов оптимизации в многомерном пространстве. Для наглядности произведем оценку затрат машинного времени на проведение оптимизации нагревательной плиты одним из градиентных методов (например, наискорейшего спуска). В качестве примера возьмем 5-параметрическую (2 координаты центров индуктора, длина, ширина и мощность индукторов) модель экспериментальной плиты (см. рис. 2.9). Для определения направления одного шага в методе наискорейшего спуска потребуется вычисление пяти частных производных. Количество изменений направления поиска для 5-мерной задачи может составлять от нескольких десятков до сотни. Для определенности примем 30 шагов. На решение трехмерной модели (2.15), (2.23) – (2.40), (2.42) – (2.59) на современном компьютере требуется не менее 60 мин. Таким образом, для решения задачи оптимизации классическим методом будет затрачено более  $t = 5 \cdot 30 \cdot 60 = 9000$  мин. Или примерно 6 суток. Необходимо отметить, что верхняя оценка может превышать полученное значение на порядок. Более того, приведенный пример не является предельным в плане числа независимых

переменных – в практических задачах число варьируемых параметров может достигать до 10.

Поэтому для решения поставленной задачи оптимизации предлагается использовать методы, не требующие вычисления производной целевой функции, т.е. методы нулевого порядка.

#### 4.2.1 Применение метода экспертных оценок

Суть данного метода применительно к поставленной задаче заключается в анализе трехмерных температурных полей нагревательных плит в целях выявления факторов, способных улучшить температурное распределение на рабочей поверхности плиты. Основным инструментом метода является мысленный эксперимент, формирующий гипотезу, которая затем проверяется по результатам численного эксперимента. При этом открываются широкие возможности по видоизменению конструкции плиты. Например, запрограммировать в качестве варьируемого параметра форму индуктора (окружность, прямоугольник и т.д.) крайне сложно в классических методах оптимизации.

Рассмотрим применение данного метода на примере решения задачи оптимизации плиты размерами  $600 \times 600 \times 90$  мм с четырьмя концентрическими индукторами (см. рис. 4.1).

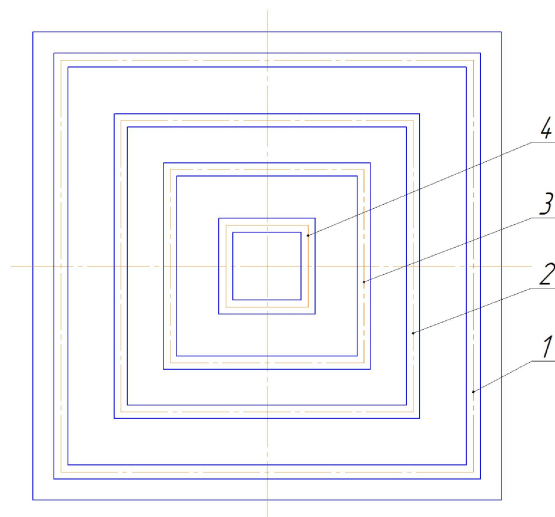


Рис. 4.1 – Расположение индукторов исходной модели

Поскольку основание плиты представляет собой квадрат, то моделировалась только 1/8 ее часть. Геометрия была построена средствами системы ANSYS, что позволило создать параметрическую модель на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language).

Материал плиты – сталь 45. Температура окружающей среды – 12°C. Индукторы изготовлены из медного провода диаметром 2,5 мм. Длины и количество витков индукторов перечислены в табл. 4.1.

Табл. 4.1 – Параметры индукторов исходной модели

№ индуктора	Длина витка, мм	Количество витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2112	34	19	19
2	1496	24	17	17
3	992	26	17	17
4	420	30	18	18

Расчет проводился для модели с толщиной крышки 20 мм. Начальная мощность плиты составила 6029 Вт. Температурное поле поверхности основания плиты для момента времени 3000 с представлено на рис. 4.2.

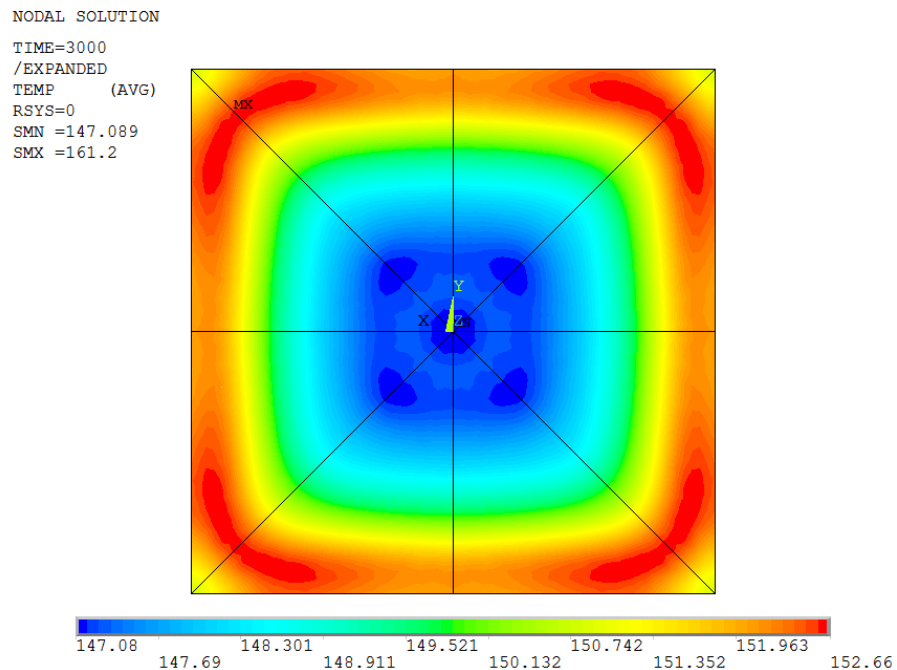


Рис. 4.2 – Температурное поле рабочей поверхности исходной модели плиты

Максимальная разность температур на поверхности основания плиты составила  $5,6^{\circ}\text{C}$ , на поверхности крышки –  $8,4^{\circ}\text{C}$ . При этом в области, соответствующей первому индуктору, наблюдается существенный перегрев.

Поскольку на производстве плиты объединяются в многоэтажные конструкции, то требование к равномерности температурных полей также предъявляется к поверхности крышки. Для выравнивания полей на поверхностях основания и крышки, толщина последней была увеличена за счет уменьшения толщины основания плиты. Перераспределяя мощности индукторов путем изменения числа витков, удалось получить температурное поле с максимальной разностью температур в  $5,9^{\circ}\text{C}$  на обеих поверхностях (см. рис. 4.3).

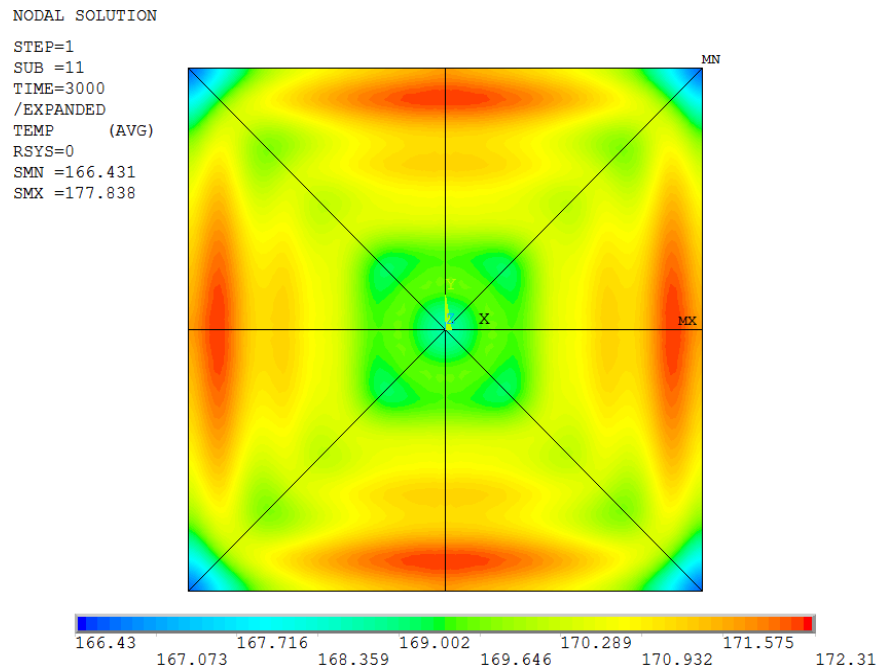


Рис. 4.3 – Температурное поле поверхностей основания и крышки модифицированной модели плиты

Найденные в процессе оптимизации параметры индукторов представлены в табл. 4.2. Толщина основания плиты – 53 мм, толщина крышки – 37 мм. Таким образом, индукторы расположены практически симметрично относительно греющих поверхностей. Смещение в 2 мм в сторону поверхности основания плиты обусловлено меньшими коэффициентами теплоотдачи от крышки.

Табл. 4.2 – Параметры индукторов модифицированной модели плиты

№ индуктора	Длина витка, мм	Количество витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2112	30	18	18
2	1496	26	17	17
3	992	26	17	17
4	420	28	18	18

Начальная мощность этой плиты составила 6560 Вт. Дальнейшее перераспределение мощностей и изменение длин витков не позволили уменьшить перепад температур на греющих поверхностях. Поэтому в данную конструкцию были внесены принципиальные изменения.

Проблемной областью в конструкции плиты с концентрическими квадратными индукторами являются углы, температура которых значительно ниже средней по плите. Объясняется это тем, что протяженность диагоналей больше длин сторон квадрата. Иными словами, расстояния между индукторами на диагоналях больше, следовательно, удельное тепловыделение в этих областях ниже. По этой причине было решено скруглить концентрические индукторы и добавить по одному индуктору круглой формы в каждый угол. Схема такого расположения изображена на рис. 4.4. Форма концентрического индуктора с наименьшей длиной витка была заменена на круглую.

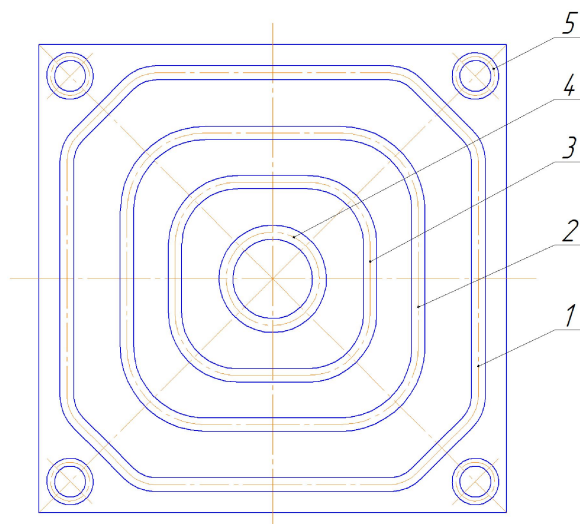


Рис. 4.4 – Схема оптимизированного расположения индукторов



Проанализировано 16 вариантов конструкций для схемы, изображенной на рис. 4.4. Варианты отличались между собой радиусами скруглений индукторов и количеством витков. Из конструктивных соображений ширина паза для углового индуктора была принята равной 10 мм при глубине в 18 мм. При этом для угловых индукторов был выбран медный провод диаметром 1,8 мм. В процессе оптимизации скругление индуктора с наибольшей длиной витка было заменено прямолинейным участком, что позволило равномернее распределить тепловыделение в объеме плиты. Эти изменения также учтены на рис. 4.4.

Для лучшего из рассмотренных 16 вариантов конструкций максимальный перепад температур на поверхности основания плиты составил  $2,2^{\circ}\text{C}$ , на поверхности крышки –  $1,9^{\circ}\text{C}$ . Температурное поле поверхности основания этой модели изображено на рис. 4.5.

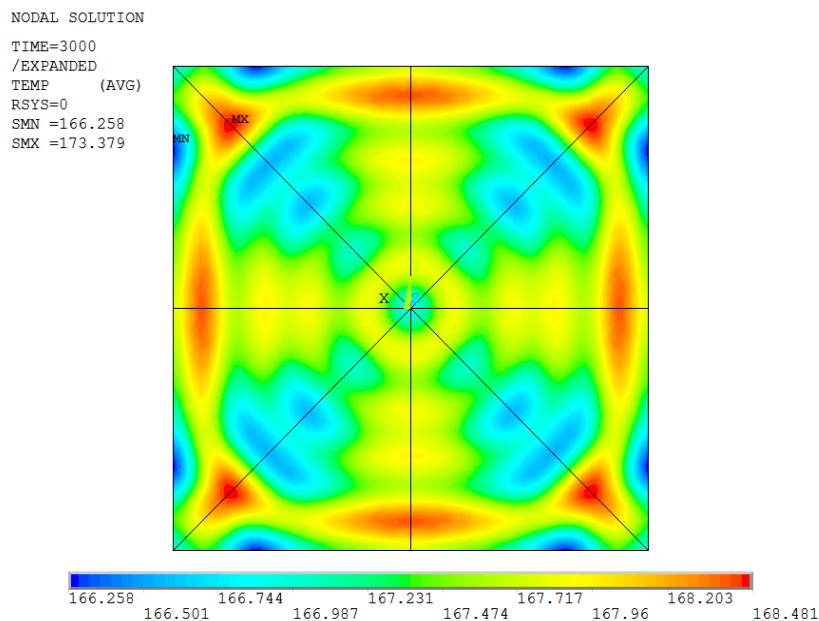


Рис. 4.5 – Температурное поле поверхности основания оптимизированной модели плиты

Начальная мощность данной плиты составила 6797 Вт. Параметры индукторов представлены в табл. 4.3. Поскольку индукторы не квадратные, и расстояния между ними остались такими же, как и в ранее рассмотренной модели, то длины витков в таблице не указаны. Вместо этого добавлен столбец с рассчитанными начальными мощностями индукторов.

Табл. 4.3 – Параметры индукторов оптимизированной модели плиты

№ индуктора	Мощность, Вт	Количество витков	Ширина паза, мм	Глубина паза, мм
1	2845	29	18	18
2	1710	26	17	17
3	1104	26	17	17
4	529	28	18	18
5	152	21	10	18

На рис. 4.6 представлены трехмерные температурные поля 1/8 части плиты.

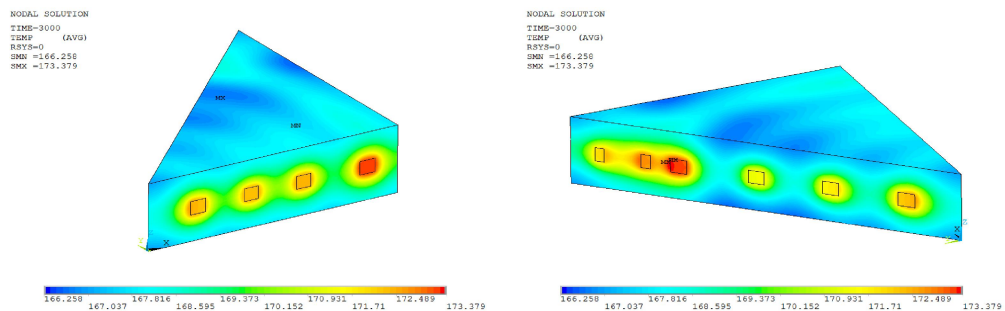


Рис. 4.6 – Трехмерные температурные поля 1/8 части плиты

Анализ приведенных трехмерных температурных полей показывает, что изменение расстояний между индукторами не может привести к существенным улучшениям температурных распределений на рабочих поверхностях.

Очевидно, что полученное решение является условно оптимальным, поскольку перебор всех возможных вариантов конфигурации, расположения и мощности индукторов плиты реализовать невозможно из-за чрезвычайно большого объема вычислений.

Необходимым, но недостаточным признаком оптимального решения является наличие взаимозависимых областей, формирующих критерий оптимальности. Например, на рис. 4.5 области максимальной и минимальной температуры обозначены как MX и MN соответственно (левый верхний угол плиты). Попытки устранения зоны минимальной температуры MN путем увеличения мощностей первого и (или) пятого индукторов приводят к

возрастанию максимальной температуры  $MX$ . И обратно: уменьшение максимальной температуры  $MX$  понижает минимальную температуру  $MN$ .

#### 4.2.2 Применение теории планирования эксперимента

Один из наиболее эффективных методов решения многомерных задач оптимизации, отличающийся высоким быстродействием, основан на применении теории планирования эксперимента (см. рис. 4.7) [93]. Идея метода заключается в замене сложной целевой функции более простой, поиск минимума которой не вызывает затруднений.

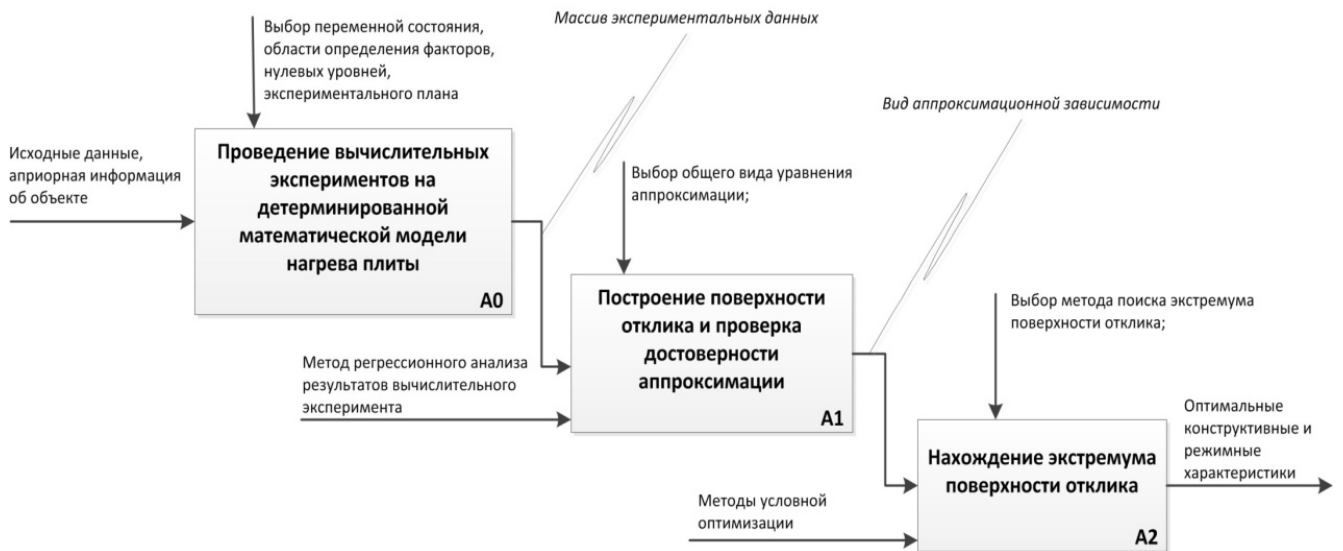


Рис. 4.7 – Метод оптимизации, основанный на теории планирования эксперимента

На первом этапе проводятся вычислительные эксперименты на детерминированной математической модели нагрева плиты в соответствии с методами планирования эксперимента. Второй этап – построение поверхности отклика (зависимости, приближенно связывающей варьируемые переменные с критерием оптимальности) по экспериментальным данным, и проверка достоверности аппроксимации. Значения варьируемых переменных, соответствующие экстремуму поверхности отклика, будут являться решением задачи оптимизации конструктивных характеристик нагревательной плиты. Нахождение этих значений осуществляется на третьем этапе.

Рассмотрим применение представленного метода на примере оптимизации конструктивных характеристик индукционной нагревательной плиты, для которой проводился эксперимент №1, описанный в разделе 2.5 диссертации. Расположение индукторов нагревательной плиты представлено на рис. 4.8.

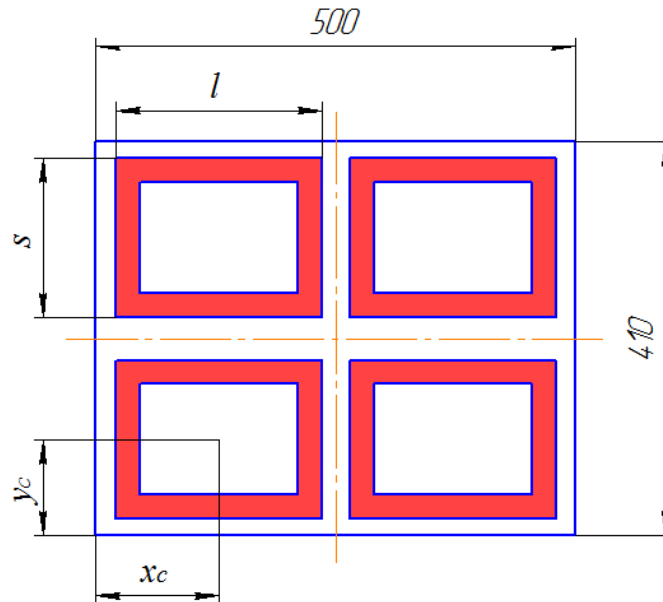


Рис. 4.8 – Конструкция нагревательной плиты с прямоугольными индукторами

Используя терминологию теории планирования эксперимента, рассматриваемый метод оптимизации на этапе проведения численных экспериментов можно представить в виде следующих шагов.

*Выбор переменной состояния  $y$* , которой однозначно характеризуется эффективность объекта. Данному понятию соответствует критерий оптимальности, в качестве которого при постановке задачи оптимизации выбран перепад температур по рабочей поверхности плиты (4.1).

*Выбор факторов.* Для проведения численных экспериментов необходимо выявить основные факторы, влияющие на величину перепада температур на поверхности плиты. Для плиты с прямоугольными индукторами использованы 5 факторов (см. рис. 4.8): длина индуктора ( $x_1 = l$ ), ширина индуктора ( $x_2 = s$ ), положение центра индуктора по длине и ширине плиты ( $x_3 = x_c$ ,  $x_4 = y_c$  соответственно), мощность индуктора ( $x_5 = Q$ ).

*Оценка области определения факторов.* Выбор интервалов варьирования факторов обусловлен следующими соображениями. Интервалы варьирования геометрией индукторов должны обеспечивать минимальное расстояние между индукторами, а также между индуктором и краем плиты, равное ширине паза (25 мм). Значение интервальной оценки суммарной мощности плиты в каждом случае следует выбирать таким образом, чтобы обеспечить нагрев плиты до рабочей температуры за заданное время. Отметим, что область определения факторов окончательно формируется в ходе предварительных экспериментов.

*Выбор нулевых уровней.* Во всех случаях центр экспериментального плана совмещается с центром области определения факторов. Данный подход является универсальным для всех нагревательных плит.

*Выбор экспериментального плана.* Осуществляется выбор правила, по которому будет происходить варьирование всех факторов исследуемого объекта. Порядок плана при этом должен быть не меньше порядка уравнения аппроксимации  $d$  [94].

На этапе *построения поверхности отклика* осуществляется выбор уравнения аппроксимации и нахождение его коэффициентов, а также проверка достоверности аппроксимации.

Аппроксимация устанавливает связь между входными параметрами (факторами) и переменной состояния. Как правило, функциональная зависимость задается в виде полинома, который в случае двух факторов для плана первого порядка записывается в следующем виде:

$$f(x_1, x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (4.2)$$

Таким образом, задача аппроксимации сводится к нахождению коэффициентов  $b$  полинома. Для аппроксимации использовался метод наименьших квадратов (МНК), суть которого заключается в минимизации суммы квадратов отклонений, т.е.

$$\Phi = \sum_{i=0}^{N-1} [y_i - f(\mathbf{X}_i, b_0, b_1, \dots, b_{m-1})]^2 \rightarrow \min, \quad (4.3)$$

где  $y_i$  – результат численного эксперимента в  $i$ -й точке;  $N$  – количество численных экспериментов;  $\mathbf{X}_i = \{x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}\}$  – вектор факторов;  $k$  – число факторов;  $m$  – число коэффициентов аппроксимирующей функции.

Функция  $\Phi(b_0, b_1, \dots, b_{m-1})$  имеет единственный минимум, необходимым условием которого является выполнение равенств:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial b_{m-1}} = 0. \quad (4.4)$$

Если слагаемые уравнения аппроксимации, называемые также базисными функциями, линейно независимы, то равенства (4.4) после преобразований образуют *определенную* систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка  $m$  [95].

*Выбор общего вида аппроксимирующей функции* является ключевым, поскольку от этого зависит точность восстановления неизвестной функциональной зависимости и решение оптимизационной задачи в целом. Однако не существует системы стандартных рекомендаций и методов, которые образовывали бы строгую теоретическую базу для наиболее эффективной реализации. Опыт показывает, что при выборе параметрического вида аппроксимирующей функции, как правило, идут от простых зависимостей к сложным [96]. Поэтому был проведен сравнительный анализ результатов, полученных с применением линейной, квадратичной и кубической аппроксимаций, для которых использовали двухуровневый полный факторный эксперимент (ПФЭ) первого порядка, трехуровневый ПФЭ (второй порядок) и четырехуровневый ПФЭ (третий порядок) соответственно [97].

На примере оптимизации конструктивных (четыре фактора  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) характеристик нагревательной плиты с прямоугольными индукторами (см. рис. 4.8) рассматривалось применение линейной четырехмерной аппроксимации. Использовалась аппроксимирующая функция следующего вида:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i. \quad (4.5)$$

Проведен предварительный двухуровневый ПФЭ. Число расчетов составило  $N = 2^4 = 16$ .

Используя уравнения (4.3)–(4.5), получаем СЛАУ пятого порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 N + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{1i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i}^2 + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{2i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{3i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{3i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i}^2 + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{3i}; \\ b_0 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i} + b_1 \sum_{i=0}^{N-1} x_{1i} x_{4i} + b_2 \sum_{i=0}^{N-1} x_{2i} x_{4i} + b_3 \sum_{i=0}^{N-1} x_{3i} x_{4i} + b_4 \sum_{i=0}^{N-1} x_{4i}^2 = \sum_{i=0}^{N-1} y_i x_{4i}. \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Полученную систему можно записать в матричной форме:

$$Mb = c. \quad (4.7)$$

Для решения СЛАУ вида (4.7) использовался метод *LUP*-разложения, отличающийся численной устойчивостью [98]. Известно, что симметричная матрица  $M$  часто имеет очень большое число обусловленности [95]. Необходимо отметить, что для решения плохо обусловленных СЛАУ могут быть использованы другие методы, такие как метод сингулярного разложения (SVD) [99] или метод *QR*-разложения [100]. Однако расчеты, рассматриваемые ниже, показали, что метод *LUP*-разложения обеспечивает высокую точность решения при относительно небольших порядках СЛАУ (менее 100). Таким образом, применение перечисленных более сложных методов для нахождения коэффициентов аппроксимации нерационально.

Графически искомая функциональная зависимость вида (4.5) представляет собой гиперплоскость. Поэтому на рис. 4.9 показана линейная поверхность отклика при фиксированных координатах центра ( $x_c = 128$  мм,  $u_c = 100$  мм).

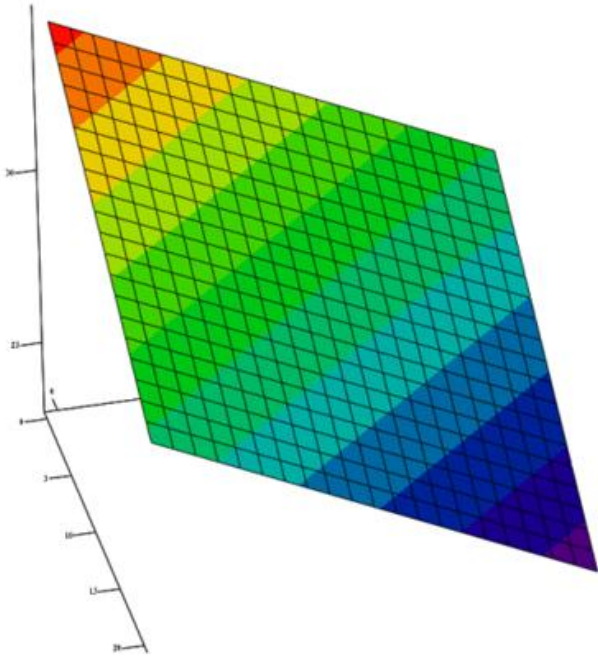


Рис. 4.9 – Линейная поверхность отклика

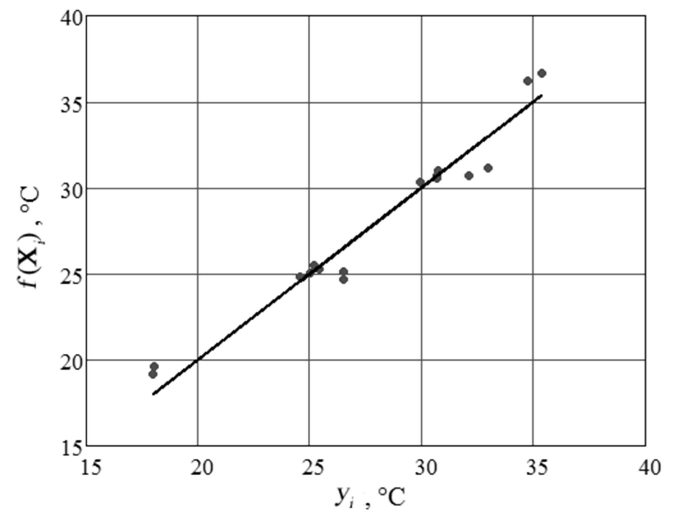


Рис. 4.10 – Достоверность линейной аппроксимации

Для визуальной оценки достоверности аппроксимации применялся график, отражающий соответствие данных, полученных с помощью уравнения регрессии, результатам численных экспериментов. Координаты точек по оси абсцисс показывают значения критерия оптимальности, полученные в результате экспериментов. По оси ординат – значения аппроксимирующей функции. Таким образом, чем ближе точки находятся к диагонали, тем выше достоверность аппроксимации.

График достоверности линейной аппроксимации представлен на рис. 4.10. В точках экспериментальных планов были определены отклонения по формуле

$$\Delta_i = |f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}) - y_i|, \quad (4.8)$$

где  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Максимальное отклонение результатов  $\max\{\Delta\}$  составило  $1,8^\circ\text{C}$ .

Минимум линейной функции аппроксимации вида (4.5) может достигаться только на границах области определения. Однако значения критерия оптимальности в вершинах области определения факторов известны заранее из результатов проведения ПФЭ. Следовательно, в данном случае линейная аппроксимация для решения задачи оптимизации не имеет смысла.



Для проведения квадратичной аппроксимации использовались результаты трехуровневого ПФЭ. При этом число экспериментов составило:  $N = 3^4 = 81$ . Использовалась функция вида:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j. \quad (4.9)$$

Число коэффициентов квадратичного полинома  $m_2$  составило:

$$m_2 = 1 + k + \sum_{i=1}^k i. \quad (4.10)$$

При числе факторов  $k=4$  число коэффициентов  $m_2=15$ . СЛАУ формируется аналогично случаю использования линейной аппроксимации.

На рис. 4.11 представлена поверхность отклика при фиксированных длине и ширине индуктора ( $l = 215$  мм,  $s = 170$  мм).

Изображенный параболоид имеет единственный минимум во внутренней области. Поэтому можно сделать вывод, что задание области определения координат центра индуктора на соответствующем этапе осуществлено корректно.

На рис. 4.12 приведен график достоверности квадратичной аппроксимации. Максимальное отклонение результатов  $\max\{\Delta\}$  в этом случае составило  $1,7^\circ\text{C}$ .

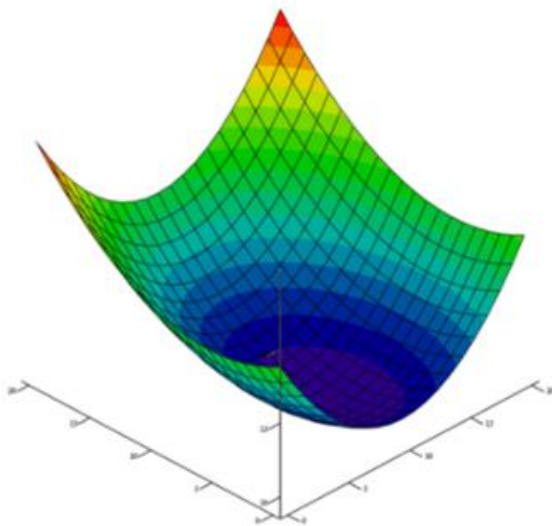


Рис. 4.11 – Квадратичная поверхность отклика

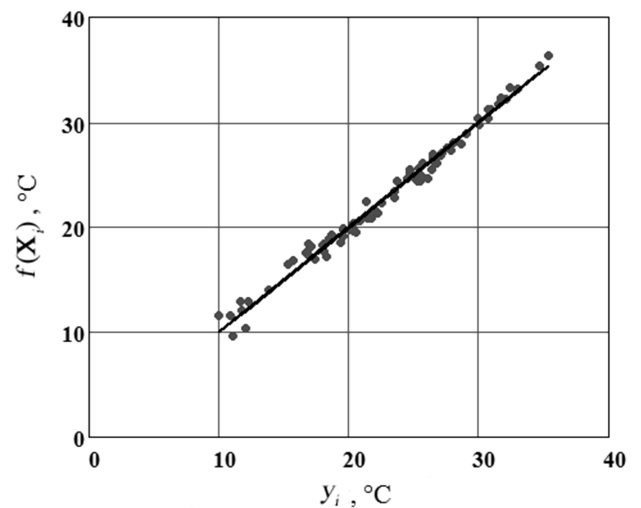


Рис. 4.12 – Достоверность квадратичной аппроксимации

Аналогичным образом была реализована кубическая аппроксимация, для которой использовались результаты четырехуровневого ПФЭ. Число экспериментов составило  $N = 4^4 = 256$ . Использовалась функция вида:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i x_i + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 \sum_{p=j}^4 b_{ijp} x_i x_j x_p. \quad (4.11)$$

Число коэффициентов кубического полинома  $m_3$  составило:

$$m_3 = 1 + k + \sum_{i=1}^k i(k - i + 2). \quad (4.12)$$

При числе факторов  $k = 4$  число коэффициентов  $m_3 = 35$ .

Найденная поверхность отклика при тех же фиксированных длине и ширине индуктора изображена на рис. 4.13. Совместный анализ рис. 4.11 и 4.13 позволяет сделать вывод о том, что квадратичная и кубическая аппроксимации хорошо согласуются между собой.

График достоверности кубической аппроксимации приведен на рис. 4.14. Максимальное отклонение результатов  $\max\{\Delta\}$  составило  $2,2^\circ\text{C}$ .

С использованием встроенных средств системы Mathcad были найдены оптимальные значения варьируемых переменных, при которых достигаются минимумы гиперповерхностей отклика. Данные, позволяющие оценить эффективность аппроксимации, сведены в табл. 4.4.

Различия в оптимальных значениях факторов между квадратичной и кубической аппроксимациями не превышают 1%. Для кубической аппроксимации максимальное отклонение  $\Delta$  выше, чем для аппроксимаций более низких порядков, что объясняется некоторой избыточностью экспериментальных данных (число расчетов  $N$  намного больше числа определяемых коэффициентов  $m$ ).

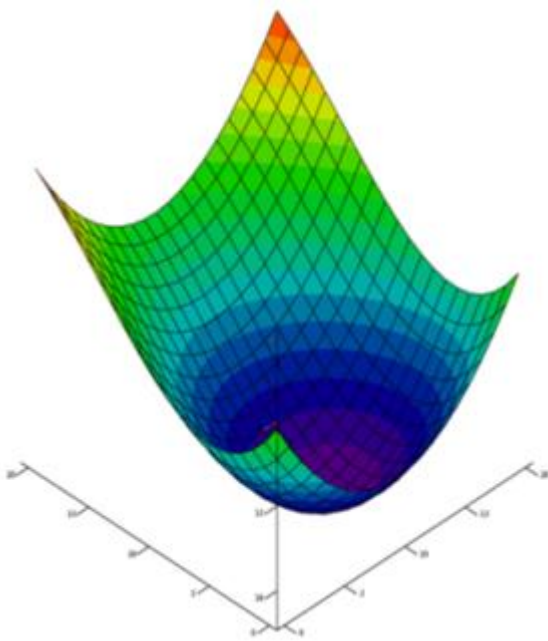


Рис. 4.11 – Кубическая поверхность отклика

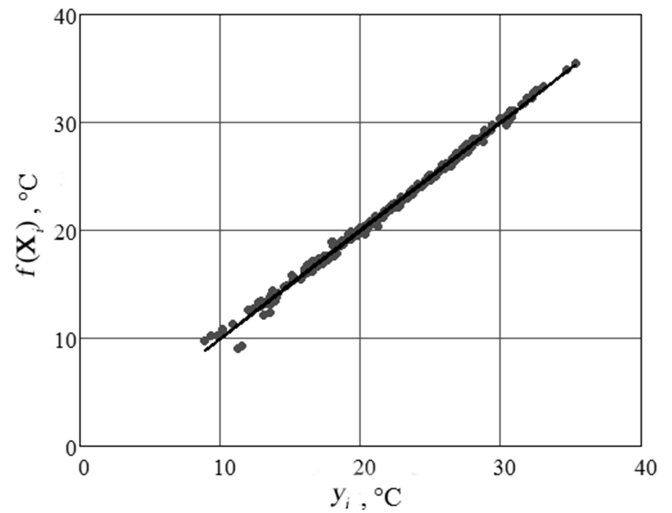


Рис. 4.12 – Достоверность кубической аппроксимации

Табл. 4.4 – Результаты применения линейной, квадратичной и кубической аппроксимаций

Тип аппроксимации	Число расчетов $N$	Порядок СЛАУ $m$	$\text{Max}\{\Delta\}, ^\circ\text{C}$	Оптимальные значения факторов, мм			
				$x_c$	$y_c$	$l$	$s$
Линейная	16	5	1,8	120	95	215	170
Квадратичная	81	15	1,7	127,9	99,4	215	170
Кубическая	256	35	2,2	127,7	99,0	212,8	170

В связи с этим можно сделать вывод, что для аппроксимации в данном случае целесообразнее применение полинома второго порядка, поскольку увеличение порядка не приводит к существенным изменениям результатов, а затраты машинного времени на проведение численных экспериментов возрастают более чем в 3 раза.

Задача выбора оптимального экспериментального плана в большинстве случаев не имеет аналитического решения. Поэтому поиск оптимальных планов обычно осуществляется на основе анализа априорной информации об объекте исследования и результатов предварительных экспериментов [101]. Для проведения предварительных экспериментов были выбраны (см. рис. 4.13) трехуровневый ПФЭ, пятиуровневые ортогональные центральные

композиционные планы (ОЦКП) и трехуровневый гранецентрированный центральный композиционный план (ГЦКП) эксперимента [97]. А также рассматривались ротатабельный центральный композиционный план (РЦКП) [102], отличающийся от ОЦКП длиной «звездного» плеча  $\alpha$ , и некомпозиционный трехуровневый план, представляющий собой выборку из ПФЭ [103].

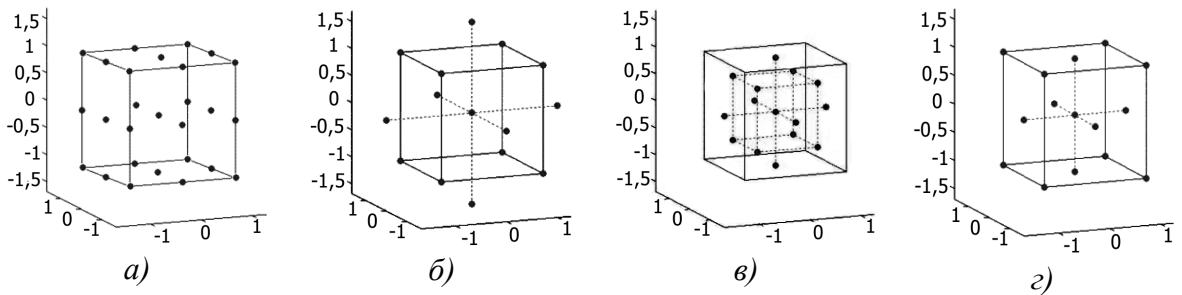


Рис. 4.13. Экспериментальные планы для трех факторов:  
 а) – трехуровневый ПФЭ; б) – ОЦКП; в) – вписанный ОЦКП;  
 г) – трехуровневый ГЦКП

Результаты применения ПФЭ рассматривались в качестве базовых, поскольку этот план предполагает проведение наибольшего числа экспериментов  $3^k$  (т.е. 243 расчета при пяти факторах). Для остальных планов необходимо проведение  $2^k + 2k + 1$  экспериментов (т.е. 43 расчета).

Как видно из рис. 4.13, б), «звездные» точки ОЦКП выходят за область определения факторов состояния, что недопустимо для выбранного способа задания интервалов варьирования факторов. Поэтому для проведения экспериментов использовался вписанный ОЦКП (см. рис. 4.13, в), представляющий собой смасштабированный ОЦКП таким образом, чтобы «звездные» точки принадлежали граням гиперкуба.

Величина «звездного» плеча  $\xi$  ОЦКП вычисляется по формуле [102]:

$$\xi = \sqrt{\sqrt{(2^k + 2k + 1) \cdot 2^{k-2} - 2^{k-1}}}. \quad (4.13)$$

Для 5-факторного пространства  $\alpha = 1,596$ .

Преимущество ОЦКП состоит в том, что коэффициенты аппроксимирующей функции могут быть найдены независимо друг от друга без

решения СЛАУ. Однако при использовании современной вычислительной техники данное преимущество теряет всякую значимость.

В ротатабельных планах информация о поверхности отклика распределяется одинаково в любом направлении, т.е. принимает постоянные значения на центральных гиперсферах. Для обеспечения ротатабельности «звездное» плечо определяется из соотношения [102]:

$$\xi = 2^{\frac{k}{4}}. \quad (4.14)$$

Поскольку «звездное» плечо больше 1 (2,378 при 5 факторах), то РЦКП так же подвергался операции масштабирования.

При ротатабельном планировании большое значение приобретает число экспериментов в центре плана, которое влияет на характер распределения информации о поверхности отклика. В приложениях теории планирования эксперимента к вычислительным опытам дисперсия воспроизводимости нулевая, т.е. отсутствуют различия в результатах одинаковых расчетов. Тем не менее, увеличение числа экспериментов в любой точке факторного пространства повышает ее «вес» при аппроксимации – усиливается «притяжение» между точкой и поверхностью отклика. При 5-факторном ротатабельном планировании эксперимент в центре плана повторяется 10 раз [102].

«Звездное» плечо ГЦКП выбирается равным 1 (см. рис. 4.13, з). Как следствие, каждый фактор варьируется лишь на трех уровнях, что является недостатком данного плана.

Данные для сравнительного анализа используемых экспериментальных планов второго порядка при решении 5-мерной задачи оптимизации сведены в табл. 4.5.

Табл. 4.5 – Сравнение экспериментальных планов

План эксперимента	Число уровней	Число расчетов	Оптимальное решение X					f(X)	Проверочный расчет y(X)
			$x_1 = Q$	$x_2 = l$	$x_3 = s$	$x_4 = x_c$	$x_5 = y_c$		
ПФЭ	3	243	1100	213	170	128	100	7,1	8,87
ОЦКП	5	43	1194	215	159	128	100	6,1	8,75
РЦКП	5	43	1176	215	143	128	100	8,2	7,63
ГЦКП	3	43	1100	215	165	128	100	4,1	8,59
НКП	3	41	1101	213	160	128	100	7,9	7,90

Из данных табл. 4.5 можно сделать вывод, что максимальная погрешность прогнозирования критерия оптимальности получена при использовании ГЦКП. Максимальная точность прогнозирования была получена при использовании НКП. Лучшее решение найдено при помощи РЦКП. Следует отметить, что в случае использования последнего экспериментального плана были получены результаты, значительно отличающиеся (по третьей переменной состояния, см. табл. 4.5) от полученных в других планах.

В связи с этим можно сделать вывод, что для решения задач оптимизации конструктивных и режимных параметров системы обогрева прессового оборудования могут быть рекомендованы к использованию РЦКП и НКП.

Поскольку теория планирования эксперимента разрабатывалась для физических экспериментов, то стандартный метод проверки адекватности аппроксимации по критерию Фишера-Снедекора оказывается неприменимым в приложениях теории к вычислительным экспериментам [104]. Данный критерий определяется в виде отношения дисперсии адекватности к дисперсии воспроизводимости, которая является нулевой в вычислительных экспериментах. Из этого следует, что любая модель всегда неадекватна. Во избежание этого парадокса адекватность аппроксимирующей функции предложено оценивать с помощью среднего или максимального отклонений между значениями поверхности отклика и результатами численных экспериментов.

С применением рассмотренного метода решены две задачи оптимизации: для плиты с прямоугольными индукторами (см. рис. 4.8) и плиты с концентрическим расположением индукторов (см. рис. 4.14). В последнем случае решалась 8-мерная задача оптимизации (варьировались длины и мощности четырех индукторов). В табл. 4.6 приведены интервалы варьирования факторов состояния.

Предварительно в САПР SolidWorks [105] были созданы две параметрические трехмерные твердотельные модели плиты с прямоугольными и концентрическими индукторами. Поскольку рассматриваемые конструкции плит являются симметричными, то твердотельные модели представляли собой четверть

всей конструкции. Данное обстоятельство позволило сократить время одного численного эксперимента.

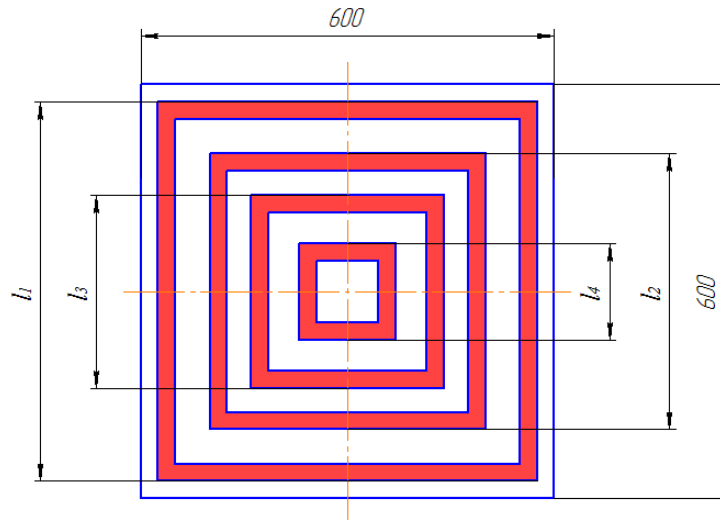


Рис. 4.14 – Конструкция нагревательной плиты с концентрическим расположением индукторов

Табл. 4.6 – Интервалы варьирования факторов состояния

	Наименование фактора	Минимальное значение	Максимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$	1100	1400
	$x_2 = l$	160	215
	$x_3 = s$	115	170
	$x_4 = xc$	95	110
	$x_5 = yc$	120	136
Плита с концентрическими индукторами	$x_1 = Q_1, \text{ Вт}$	3210	3310
	$x_2 = Q_2, \text{ Вт}$	1440	1540
	$x_3 = Q_3, \text{ Вт}$	1090	1190
	$x_4 = Q_4, \text{ Вт}$	560	600
	$x_5 = l_1, \text{ мм}$	500	550
	$x_6 = l_2, \text{ мм}$	380	400
	$x_7 = l_3, \text{ мм}$	250	280
	$x_8 = l_4, \text{ мм}$	100	150

Целью расчетов являлось нахождение максимальной и минимальной температур рабочей поверхности плиты. В качестве реперной точки был выбран временной интервал 2000 с. Для промышленных плит данный интервал времени

приблизительно соответствует времени нагрева плиты от начальной температуры окружающего воздуха до рабочей температуры плиты (около  $200^{\circ}\text{C}$ ).

Графики достоверности квадратичной аппроксимации при использовании РЦКП при решении двух задач оптимизации приведены на рис. 4.15 и 4.16. Максимальное рассогласование расчетных данных и данных аппроксимации для плиты с прямоугольными индукторами составило  $1,81^{\circ}\text{C}$ , для плиты с концентрическими индукторами –  $4,71^{\circ}\text{C}$ .

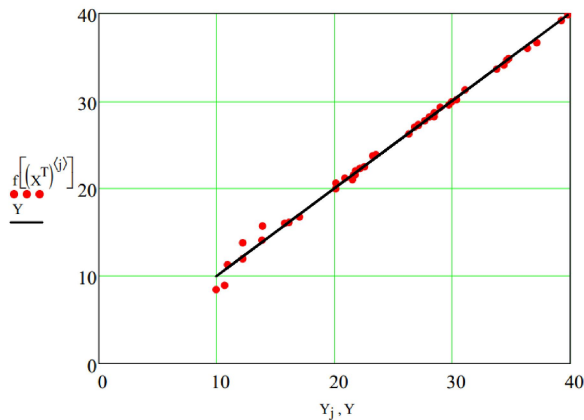


Рис. 4.15 – Достоверность аппроксимации для плиты с прямоугольными индукторами

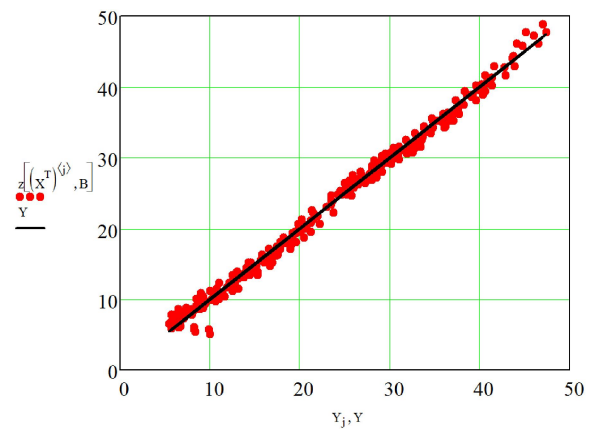


Рис. 4.16 – Достоверность аппроксимации для плиты с концентрическими индукторами

Табл. 4.7 – Оптимальные значения факторов состояния

	Наименование фактора	Начальное значение	Оптимальное значение
Плита с прямоугольными индукторами	$x_1 = Q$ , Вт	1250	1176
	$x_2 = l$ , мм	172	215
	$x_3 = s$ , мм	127	143
	$x_4 = xc$ , мм	123	128
	$x_5 = yc$ , мм	101	100
Плита с концентрическими индукторами	$x_1 = Q_1$ , Вт	3280	3276
	$x_2 = Q_2$ , Вт	1505	1483
	$x_3 = Q_3$ , Вт	1140	1131
	$x_4 = Q_4$ , Вт	614	565
	$x_5 = l_1$ , мм	521	550
	$x_6 = l_2$ , мм	378	400
	$x_7 = l_3$ , мм	250	280
	$x_8 = l_4$ , мм	116	140



Найденные оптимальные значения факторов состояния представлены в табл. 4.7. Значения переменной состояния (перепада температур по поверхности плиты) до и после выполнения оптимизации сведены в табл. 4.8.

Табл. 4.8 – Критерий оптимальности до и после оптимизации

	Перепад температур по рабочей поверхности, °С	
	<i>До оптимизации</i>	<i>После оптимизации</i>
Плита с прямоугольными индукторами	15,7	7,6
Плита с концентрическими индукторами	7,7	3,6

Таким образом, проведение оптимизации для плиты с прямоугольными индукторами позволило уменьшить перепад температур в 2,3 раза, для плиты с концентрическими индукторами в 2,1 раза.

### **4.3 Расчет температурных полей при вулканизации резинотехнических изделий**

Для изделий, приведенных на рис. 3.26, проведены расчеты температурных полей при их вулканизации. Выводы авторов работ [106, 107] свидетельствуют о том, что при расчете температурных полей тепловыми эффектами данного процесса можно пренебречь при рассмотрении тонкостенных изделий. Также необходимо отметить, что для точного решения исходной задачи требуются данные по кинетическим константам вулканизации, которые могут быть получены только с помощью специально организованного физического эксперимента при решении обратной задачи теплопроводности [108, 109]. Согласно выводам авторов работы [110] моделирование процесса вулканизации на текущем этапе развития теории невозможно проводить без экспериментальных исследований. По этим причинам тепловые эффекты вулканизации при расчете температурных полей не учитывались.

На рис. 4.17 приведены результаты расчета системы «плита – пресс-форма – мембрана». Время предварительного нагрева плит и пресс-формы составило 2632

с. Далее происходит загрузка резиновой смеси, что отражается на графиках скачкообразным увеличением температуры мембраны. Затем, в режиме автоматической стабилизации, температура резиновой смеси постепенно увеличивается, однако не достигает требуемых для вулканизации значений. Регламентное время вулканизации мембраны составляет 20 мин.

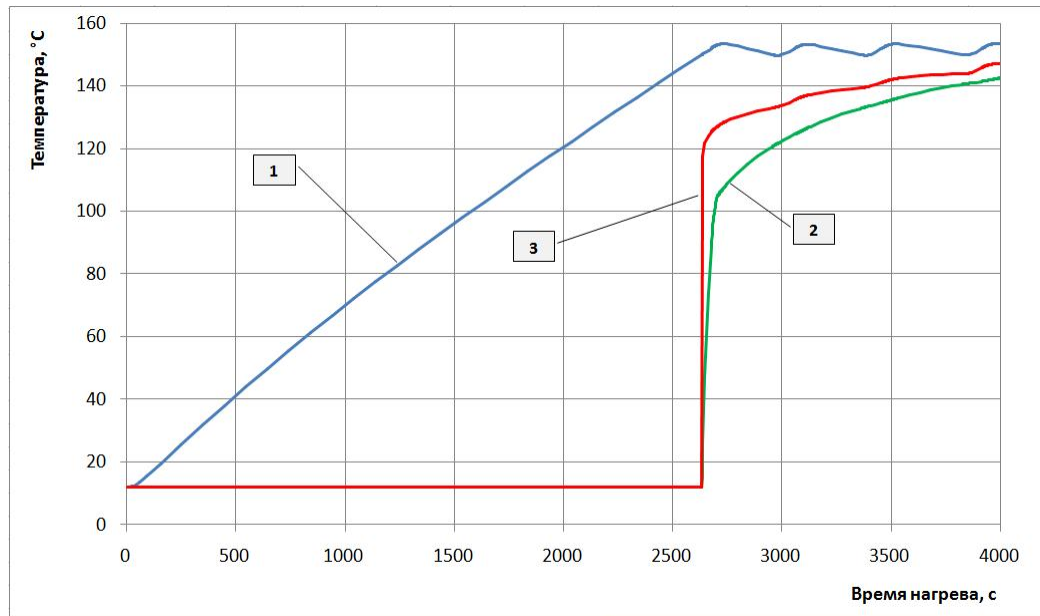


Рис. 4.17 – Расчетные температуры системы «плита – пресс-форма – мембрана»:  
 1 – контрольная термопара; 2 – минимальная температура мембраны;  
 3 – максимальная температура мембраны

На рис. 4.18 показано изменение разности между максимальной и минимальной температурами в объеме мембраны в течение 2800 – 4000 с.

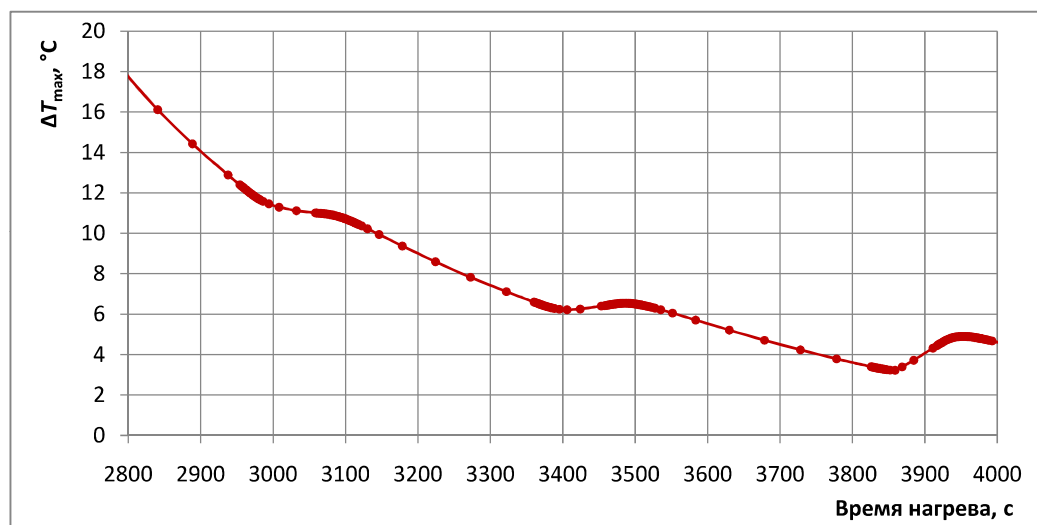


Рис. 4.18 – Перепад температуры по объему мембраны в интервале 2800-4000 с, °C

В коротком периоде после загрузки изделия разница температур превышает значение  $90^{\circ}\text{C}$ , поэтому данный временной интервал не приведен на рис. 4.18. Для рассматриваемого периода времени характерно плавное снижение разности температур, что объясняется постепенным прогревом «холодных» областей мембраны. Колебания температуры, вызванные переключениями регулятора, сглаживаются пресс-формой и происходят с небольшим запаздыванием по отношению к контрольной термопаре. Минимальный перепад температур по объему мембраны за рассматриваемый период составил  $3,2^{\circ}\text{C}$ .

На рис. 4.19 представлены температурные поля сечения мембраны для конечного момента времени 4000 с.

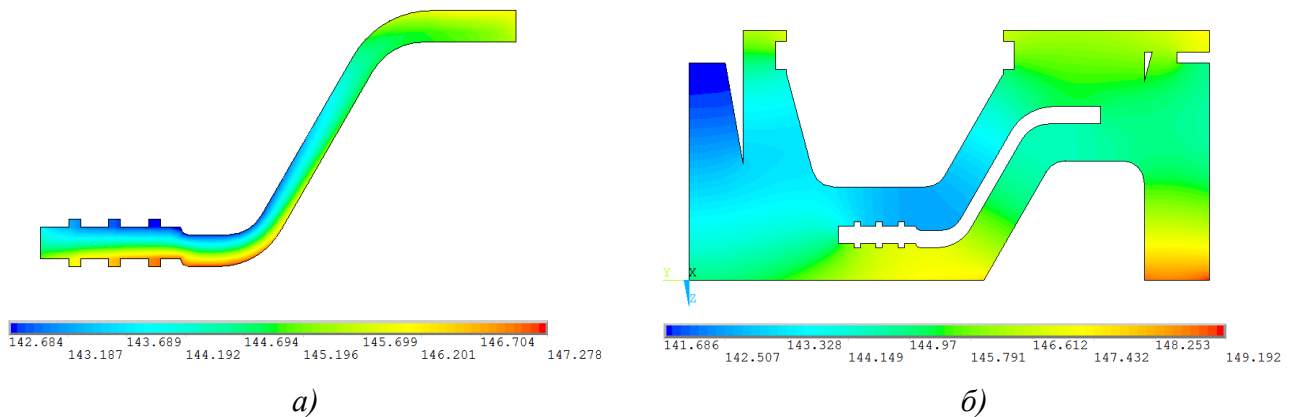


Рис. 4.19 – Температурные поля в конечный момент нагрева,  $^{\circ}\text{C}$ :  
*a)* – сечение мембраны; *б)* – сечение пресс-формы

На основании рис. 4.19, *a* можно сделать вывод, что области максимальных и минимальных температур распределены по внешней и внутренней поверхности мембраны соответственно. Подобная картина поля характерна для любого сечения, проходящего через ось симметрии, и объясняется неоптимальной конструкцией пресс-формы. Это подтверждается данными рис. 4.19, *б*: области, примыкающие к формообразующим поверхностям пуансона, нагреваются неравномерно.

Данные о минимальном  $\Delta T_{\min}$  и среднем  $\Delta T_{av}$  перепадах температур для рассматриваемых изделий в течение времени вулканизации сведены в табл. 4.9. Высокие значения средних перепадов температур по времени объясняются

сильными температурными градиентами в изделиях при их загрузке. При этом время прогрева изделий в большей степени зависит от их толщины, поэтому наибольшее значение среднего перепада температур наблюдается у звездочки.

Табл. 4.9 – Перепады температур по объему изделий

Изделие	Минимальный перепад температур $\Delta T_{\min}, ^\circ\text{C}$	Средний перепад температур $\Delta T_{av}, ^\circ\text{C}$
Мембрана	3,4	11,9
Прокладка	0,65	2,8
Пыльник	2,0	5,3
Звездочка	0,76	13,3

Для мембраны, в силу особенностей пресс-формы, характерны высокие температурные перепады в течение всего периода вулканизации. Отметим, что сильное влияние на равномерность поля в изделии оказывает также время вулканизации: наименьшие перепады температур наблюдаются у изделий (прокладка и звездочка) с длительным периодом вулканизации (40 мин.).

На температурное поле РТИ оказывают влияние многочисленные факторы. Прежде всего, это параметры пресс-формы, системы ее обогрева и внешнего теплообмена, а также расположение пресс-формы на поверхности плиты, параметры системы автоматической стабилизации температуры нагревательных плит.

В работе [111] предложена методика оценки эффективности пресс-форм для изготовления РТИ на вулканизационном прессе, основанная на математической модели стационарного нагрева одиночной пресс-формы в условиях внешнего теплообмена, позволяющая оценивать влияние конструкций пресс-форм на равномерность температурного поля в изделиях. Оценить влияние других факторов (параметры системы обогрева и системы автоматической стабилизации температуры) можно при совместном анализе результатов стационарного и нестационарного расчетов.

Табл. 4.10 – Результаты стационарных и нестационарных расчетов

	$\Delta T_{st}$		$\Delta T_{nst}$
	COMSOL (3D)	ANSYS (2D)	
Мембрана	-	0,43	3,4
Прокладка	0,01	0,018	0,65
Пыльник	0,74	0,46	2,0
Звездочка	0,42	–	0,76

В табл. 4.10 для рассматриваемых изделий представлены минимальные перепады температур в течение периодов вулканизации ( $\Delta T_{nst}$ ) и результаты применения методики оценки эффективности пресс-форм ( $\Delta T_{st}$ ). Последний показатель, исключая влияние системы обогрева пресс-форм и нестационарности протекающих процессов, физически представляет собой минимально возможный перепад температур для данной конструкции пресс-формы. Из результатов расчетов видно, что для пыльника и звездочки влияние пресс-формы составляет значительную часть нестационарного перепада температур. Улучшения температурных режимов вулканизации таких изделий следует достигать оптимизацией конструкций пресс-форм. Для прокладки, напротив, подобные меры окажутся неэффективными, поскольку перепад температур в данном изделии при вулканизации вызван, прежде всего, неравномерностью температурных полей нагревательных плит. Для повышения качества изготовления мембран требуются комплексные решения: например, оптимизация конструкции пресс-формы; увеличение периода вулканизации; использование плит, формирующих более равномерные температурные поля на рабочих поверхностях.

Эффект от применения оптимизированной плиты с концентрическими индукторами (см. раздел 4.2.2 диссертации), формирующей равномерные температурные поля на рабочих поверхностях, приведен на рис. 4.20.

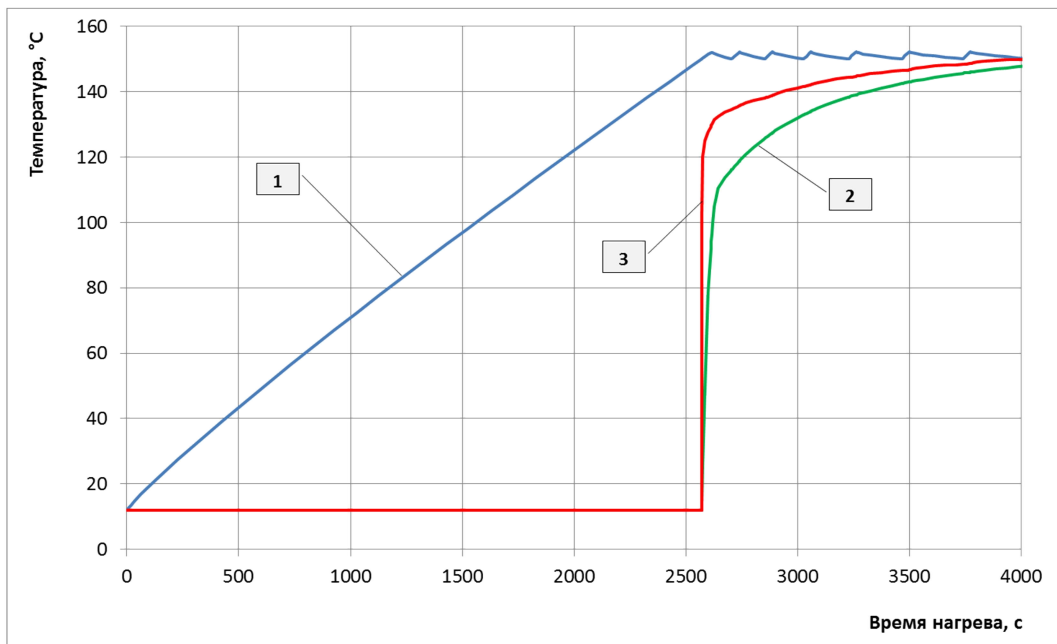


Рис. 4.20 – Расчетные температуры системы «оптимизированная плита – пресс-форма – мембрана»:  
 1 – контрольная термопара; 2 – минимальная температура мембраны;  
 3 – максимальная температура мембраны

В отличие от результатов на рис. 4.17, в данном случае температура мембраны достигает требуемых для вулканизации значений, а степень неравномерности прогрева изделия снизилась на 20 %. За счет расположения контрольной термопары вблизи источников тепла удалось значительно уменьшить периоды между срабатываниями регулятора, что также способствует выравниванию температурных полей.

#### 4.4 Решение задачи высокотемпературного нагрева прессового оборудования

С помощью применения разработанных математических моделей, методик и алгоритмов решена задача проектирования нестандартного прессового оборудования для термообработки высокоточных нагруженных изделий из металлов. Данный технологический процесс протекает при повышенных рабочих температурах (350-550°C).

В соответствии с выводами главы 1 диссертации выбор способа нагрева плит осуществлен в пользу омического. Согласно техническому заданию время разогрева плит от начальной температуры (20°C) до рабочей (550°C) не должно

превышать 3 ч. Предварительные расчеты полезной мощности на нагрев и теплопотерь показали, что мощность нагревательной плиты должна составлять не менее 20 кВт.

Коэффициент эффективности излучения омических нагревателей определялся по методике, представленной в разделе 3.3 диссертации. Расчетное значение данного коэффициента для спирального нагревателя, размещенного внутри керамических изоляторов, составило  $\alpha_{rad} = 0,38$ . В последующем расчете диаметра проволоки по формулам (2.62) и (2.63) использовалось значение  $\alpha_{rad} = 0,3$ , обеспечивающее 20% запас.

Согласно расчету суммарная длина нихромовой проволоки X20H80, обеспечивающей заданную мощность, должна составлять 160 м при диаметре 2 мм. Размещение проволоки такой протяженности в плите с размерами рабочей поверхности 800×800 мм принципиально невозможно. По этой причине в качестве материала нагревателя использовалась фехраль X23Ю5Т, допустимая рабочая температура которой на 200°С выше, чем у нихрома. Как следствие, фехраль обеспечивает значительно большую поверхностную мощность. Необходимая суммарная длина проволоки из фехрали составила 86 м при диаметре 1,6 мм.

Как было отмечено в главе 1 диссертации, фехраль может эксплуатироваться только при плавном изменении мощности. Поэтому стабилизация температуры осуществлялась по ПИД-закону при использовании широтно-импульсных исполнительных устройств.

Нагрев прессового оборудования до температуры 550°С связан с большими теплопотерями в окружающую среду посредством излучения, что приводит к недопустимым перепадам температур по рабочей поверхности плиты. Для снижения степени неравномерности температурного поля предложена конструкция нагревательной плиты, в которой один из нагревателей размещается по ее периметру, работая на компенсацию теплопотерь. При этом мощность других (центральных) нагревателей управляется с помощью независимого ПИД-регулятора. Подобный принцип зонного регулирования позволяет полностью

автоматизировать процесс стабилизации температуры на рабочей поверхности плиты. Начальная конфигурация нагревателей, где учтены 8 крепежных отверстий, изображена на рис. 4.21.

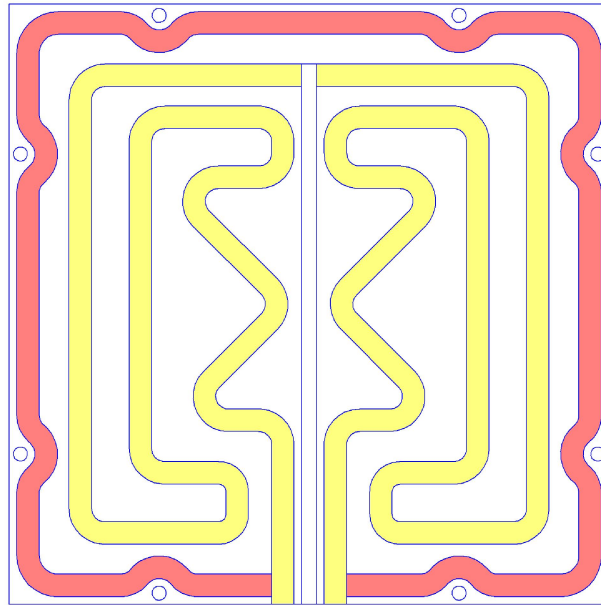


Рис. 4.21 – Начальная конфигурация нагревателей

В плите размещаются 3 нагревателя одинаковой мощности, подключаемые к линейному напряжению. Для уменьшения теплотерь предложена изоляция торцевых поверхностей плиты с помощью экранов из алюминиевой фольги.  $\Sigma$ -образная форма центральных пазов применена для увеличения их длины до значения длин спиральных нагревателей – 2,8 м. Расчеты температурных полей плиты данной конструкции показали, что температура углов значительно ниже средней по рабочей поверхности плиты. Для устранения областей пониженной температуры тепловыделения в углах были увеличены путем изменения формы центральных нагревателей. Для исключения межвитковых замыканий спирали добавлено условие на минимально допустимый радиус скруглений пазов. Улучшающая последовательность при решении задачи минимизации перепада температур по рабочей поверхности плиты строилась с помощью метода экспертных оценок. При этом был рассмотрен 21 вариант конструкций, лучший из которых изображен на рис. 4.22.



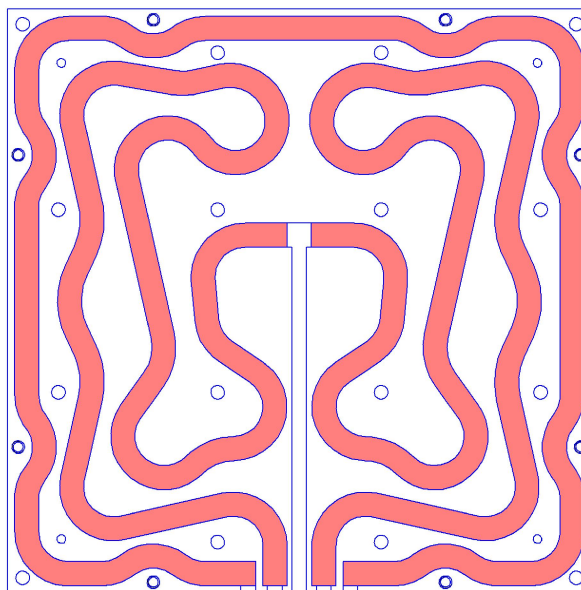


Рис. 4.22 – Окончательная конфигурация нагревателей

На рис. 4.23 приведены расчетные графики выходных сигналов ПИД-регуляторов. Регулятор, управляющий мощностью бокового нагревателя (кривая 1), настраивался по методу Циглера-Никольса. Для центральной области нагревательной плиты, где располагается контрольная термопара второго регулятора, характерно постепенное увеличение температуры на стадии выдержки. Во избежание перегрева для центрального регулятора (кривая 2) задана большая полоса пропорциональности, которая способствует плавному заблаговременному снижению мощности.

На рис. 4.24 приведены графики максимальной и минимальной температуры рабочей поверхности нагревательной плиты. Согласно техническому заданию температурное поле должно удовлетворять требованию  $\pm 5\%$  от заданного значения, т.е. лежать в диапазоне от  $522,5^\circ\text{C}$  до  $577,5^\circ\text{C}$ . Как видно из рис. 4.24, данное условие на этапе выдержки выполняется. Необходимо отметить, что при типовой настройке центрального ПИД-регулятора экстремум максимальной температуры, наблюдаемый на рис. 4.24, достигает  $600^\circ\text{C}$ .

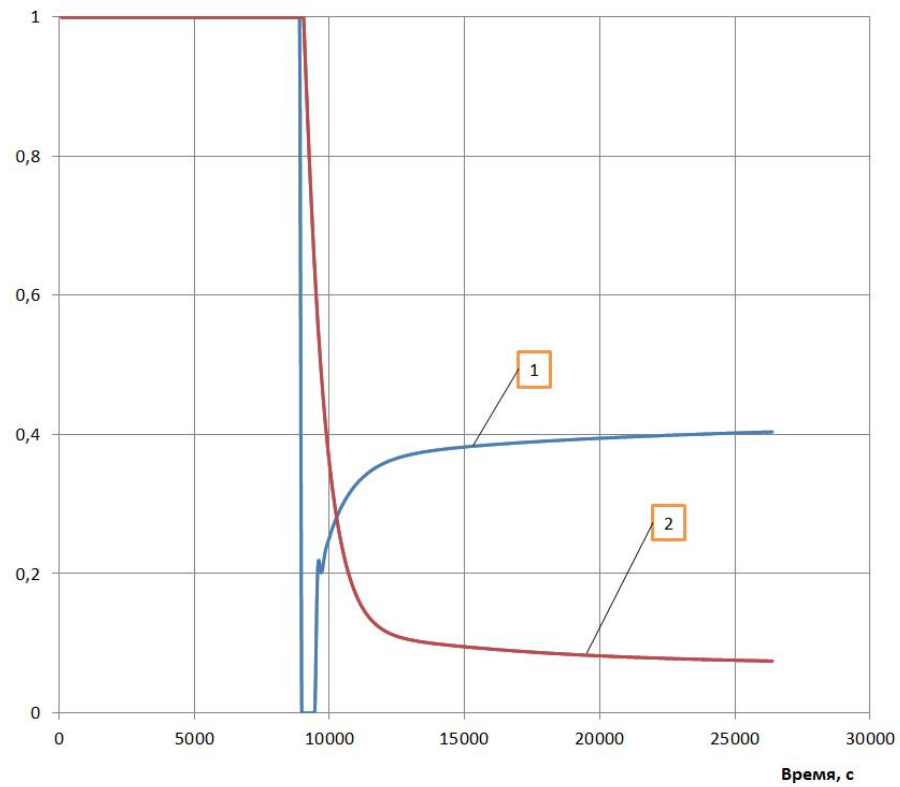


Рис. 4.23 – Выходные сигналы ПИД-регуляторов:  
 1 – регулятор бокового нагревателя; 2 – регулятор центральных нагревателей

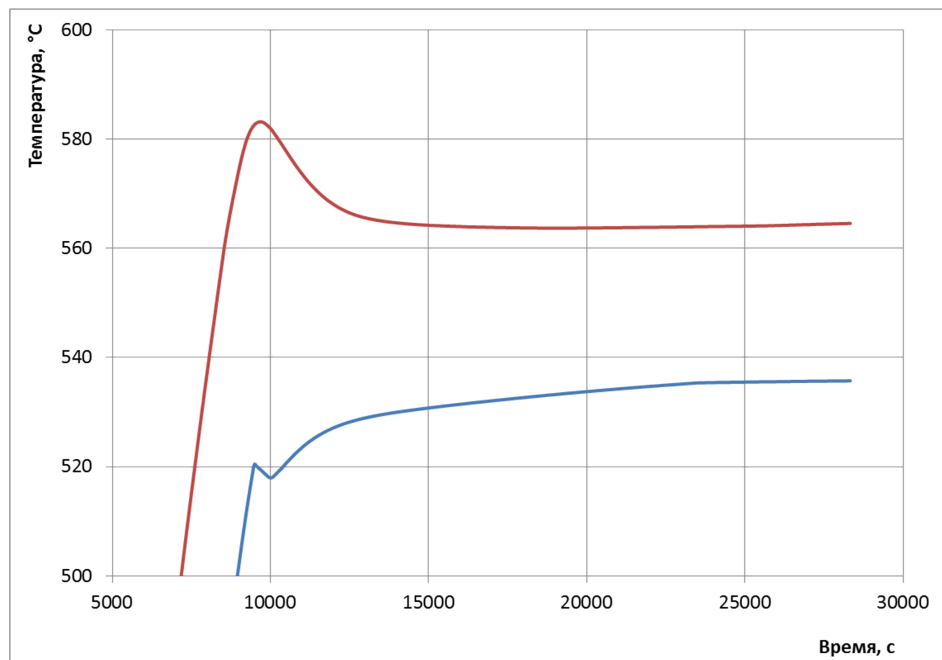


Рис. 4.24 – Максимальная и минимальная температуры рабочей поверхности плиты

Температурное поле рабочей поверхности в конце периода выдержки представлено на рис. 4.25.

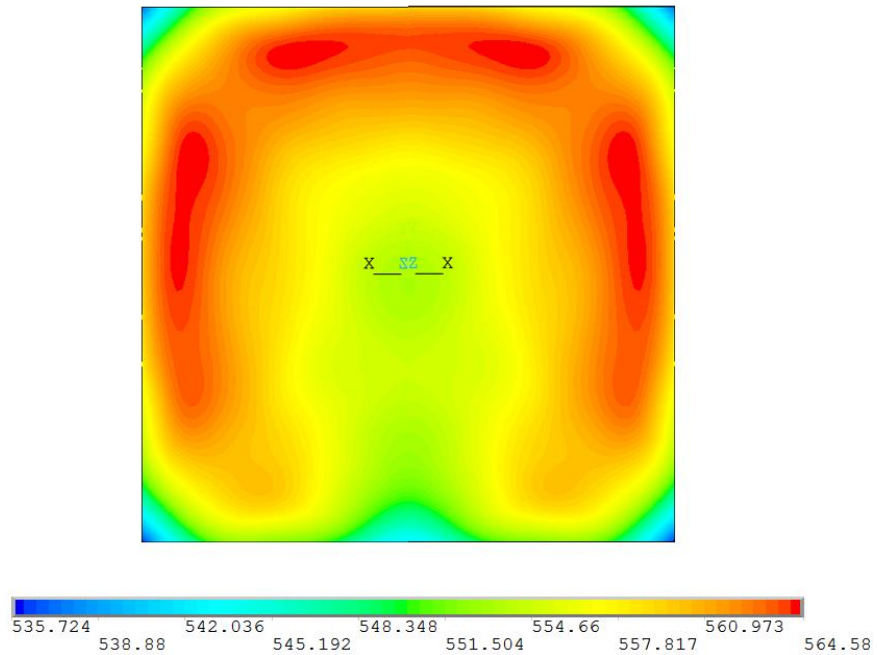


Рис. 4.25 – Температурное поле рабочей поверхности нагревательной плиты в конце периода выдержки

Задача проектирования высокотемпературного прессового оборудования осложняется необходимостью изоляции нагревательных плит от гидравлической системы обеспечения усилий прессования. Для расчета толщины изоляции использовалось понятие фиктивного коэффициента теплоотдачи, предложенное в разделе 2.3 диссертации для имитации теплового влияния прессы.

Разработанная плита изготовлена на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш», где были проведены успешные испытания опытного образца (см. раздел 2.6 диссертации). В настоящее время плита внедрена на одном из предприятий военно-промышленного комплекса РФ.

### Выводы по главе

1. Осуществлена формализованная постановка задачи оптимизации конструктивных характеристик индукционной нагревательной плиты вулканизационного прессы с учетом электромагнитных процессов образования тепловых эффектов индукционного нагрева.

2. С помощью метода экспертных оценок решена задача оптимизации конструктивных характеристик индукционной нагревательной плиты. Новая конструкция обеспечивает заданную температуру на рабочих поверхностях с отклонением  $\pm 1,1^{\circ}\text{C}$ .

3. С помощью теории планирования эксперимента решены задачи оптимизации конструктивных характеристик двух плит: 1) промышленной плиты; 2) плиты с концентрическим расположением индукторов. Показано, что для решения подобных задач наилучшие результаты дают ротатабельный и некомпозиционный план Бокса-Бенкена.

4. Проведены расчеты температурных полей при вулканизации различных РТИ. Анализ результатов позволил сформулировать рекомендации для повышения качества изделий. Показан эффект от применения плиты, формирующей равномерные температурные поля на рабочих поверхностях.

5. Решена задача высокотемпературного нагрева прессового оборудования. Разработанная плита успешно внедрена на одном из предприятий военно-промышленного комплекса РФ.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. В результате комплексного исследования проблемы нагрева термонагруженных элементов прессового оборудования разработаны нелинейные математические модели с учетом автоматической стабилизации температуры, позволяющие рассчитывать объемные температурные поля нагревательных плит.

2. Впервые осуществлена формализованная постановка задачи оптимизации конструктивных характеристик индукционных нагревательных плит вулканизационных прессов с учетом электромагнитных процессов образования тепловых эффектов, решение которой позволило снизить перепад температур на рабочих поверхностях плит более чем в 2 раза.

3. Для решения уравнений математической модели индукционного нагрева в линейной постановке с применением технологии вычислительного эксперимента разработана методика определения магнитной проницаемости ферромагнитных материалов, что позволяет сократить объем вычислений примерно на 2 порядка.

4. Разработан и протестирован эффективный численный метод определения коэффициента эффективности излучения омических нагревателей, позволяющий рассчитывать допустимую поверхностную мощность нагревателей.

5. Проведены расчеты температурных полей различных РТИ в процессе их вулканизации. Анализ результатов позволил сформулировать рекомендации для повышения качества изделий: при вулканизации простых РТИ следует уделять внимание равномерности температурного поля на поверхности плиты, сложных РТИ – конструкции пресс-формы.

6. Применение теоретических результатов работы позволило разработать конструкцию высокотемпературной (550 °С) плиты с омическими нагревателями, которая успешно внедрена на предприятии ВПК РФ.

7. Разработана программа для ЭВМ, реализующая алгоритмы определения переменного шага по времени, которые позволяют сократить затраты машинного времени примерно с 30 до 4 часов при проведении расчетов температурных полей прессового оборудования с учетом автоматической стабилизации температуры в системе ANSYS.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Машины и аппараты резинового производства. Под ред. Д.М. Барскова // М., «Химия», 1975. – 600 с.
2. Шварцман, Г.М. Производство древесностружечных плит. / Г.М. Шварцман, Д.А. Щедро. М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 320 с.
3. Яковлев, А.Д. Технология изготовления изделий из пластмасс. / А.Д. Яковлев. Л.: Химия, 1977.
4. Пресс гидравлический вулканизационный 250-600 (1Э, 2Э, 4Э, 2П, 4П) | Тамбовполимермаш – Режим доступа: [http://tambovpolimer.ru/katalog\\_id/33/](http://tambovpolimer.ru/katalog_id/33/) - Загл. с экрана.
5. Цыганок, И.П. Вулканизационное оборудование шинных заводов. / И.П. Цыганок. М., Машиностроение, 1967. 324 с.
6. Карпов, В.Н. Оборудование предприятий резиновой промышленности. / В.Н. Карпов. М.: Химия, 1987. 336 с.
7. Wolochow, D. Thermal studies on asbestos: I. Effect of temperature and time of heating on loss in weight and resorption of moisture / D. Wolochow, W.H. White // Canadian Journal of Research. – 1941. Vol. 19. №. 2. – P. 49-55.
8. [www.roechling.com](http://www.roechling.com): Home – Режим доступа: <http://www.roechling.com> – Загл. с экрана.
9. Glathern Grade HT250 – Режим доступа: [http://www.glastic.com/fileadmin/downloads/Tochtergesellschaften/Glastic/Brochures/Grade\\_HT250.pdf](http://www.glastic.com/fileadmin/downloads/Tochtergesellschaften/Glastic/Brochures/Grade_HT250.pdf)
10. THERMALITE 500 – Режим доступа: <http://www.roechling.com/fileadmin/downloads/Tochtergesellschaften/REP-SGP/Datasheets/Durostone-TH500-Catalogue.pdf>
11. Фортерм – высокотемпературные изоляционные цементные плиты – Режим доступа: [http://www.electroelmika.ru/info/files/dugostoykie/Vysokotemperaturnye\\_tsementnye.pdf](http://www.electroelmika.ru/info/files/dugostoykie/Vysokotemperaturnye_tsementnye.pdf)

12. Харпер. Заливка электронного оборудования синтетическими смолами / Ч. Харпер. М. – Л., изд-во «Энергия», 1964, 408 с.
13. Жуков, Л.Л. Сплавы для нагревателей. / Л.Л. Жуков, И.М. Племянникова, М.Н. Миронова, Д.С. Барская, Ю.В. Шумков. М.: Металлургия, 1985.
14. Алленштейн, Й. Огнеупорные материалы. Структура, свойства, испытания: справочник. / Й. Алленштейн и др.; под ред. Г. Роучка, Х. Вутнау; пер. с нем. М.: Интермет Инжиниринг, 2010. – 392 с.
15. Шаховец, С.Е. Интенсификация и оптимизация режимов вулканизации покрышек за счет применения зонного индукционного обогрева пресс-форм / С.Е. Шаховец. – Международная конференция по каучуку и резине Rubber 84. М. 1984.
16. Слухоцкий, А.Е. Индукторы / Под ред. А.Н. Шамова / А.Е. Слухоцкий – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд., 1989. – 69 с.
17. Слухоцкий, А.Е. Индукторы для индукционного нагрева / А.Е. Слухоцкий, С.Е. Рыскин. – Л., «Энергия», 1974. – 264 с.
18. Слухоцкий, А.Е. Установки индукционного нагрева: Учебное пособие для вузов / А.Е. Слухоцкий, В.С. Немков, Н.А. Павлов, А.Б. Бамунэр. Л.: Энергоатомиздат, 1981 - 328 с.
19. Choi, J. Practical Design and Operating Characteristic Analysis of a 10 kW HTS DC Induction Heating Machine / J. Choi, K. Kim, M. Park, I.K. Yu, S. Kim, K. Sim, H.J. Kim // Physica C: Superconductivity. – 2014.
20. Кулон, Ж.-Л. САПР в электротехнике: Пер. с франц. / Ж.-Л. Кулон, Ж.-К. Сабоннадьер. М.: Мир, 1988.
21. Нейман, Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах [Текст] / Л.Р. Нейман. Л.: Госэнергоиздат, 1949.
22. Кувалдин, А.Б. Новые методы расчета распределения плотности переменного тока в проводниках / А.Б. Кувалдин // Электротехническая промышленность. Сер. Электротермия. 1964. Вып. 48. С. 46-49.
23. Митчелл. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / Э. Митчелл, Р. Уэйт. М.: Мир, 1981. – 216 с.



24. Chari, M.V.K. Finite-element solution of the eddy-current problem in magnetic structures / M.V.K. Chari // *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on.* – 1974. № 1. – P. 62-72.
25. Carpenter, C.J. Finite-element network models and their application to eddy-current problems / C.J. Carpenter // *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of.* – 1975. Vol. 122. № 4. – P. 455-462.
26. Silvester, P. Finite element solution of saturable magnetic field problems / P. Silvester, M.V.K. Chari // *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on.* – 1970. № 7. – P. 1642-1651.
27. Silvester, P. Magnetotelluric modelling by the finite element method / P. Silvester, C.R.S. Haslam // *Geophysical Prospecting.* – 1972. Vol. 20. № 4. – P. 872-891.
28. Brauer, J.R. Finite-element analysis of electromagnetic induction in transformers / J.R. Brauer // *IEEE Transactions on power apparatus and systems.* – 1977. Vol. 96. № 4. – P. 1073-1073.
29. Coulomb, J.L. A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness / J.L. Coulomb // *Magnetics, IEEE Transactions on.* – 1983. Vol. 19. № 6. – P. 2514-2519.
30. Григорьев, Е.А. Исследование и разработка энергосберегающих индукционных систем прецизионного нагрева титановых заготовок: Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. Санкт-Петербург, 2011.
31. Московцев, А.А. Математическое моделирование и оптимальное управление температурным полем диска газотурбинного двигателя при индукционном нагреве в процессе термопластического упрочнения: Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. Самара, 2011.
32. Шарапова, О.Ю. Численное моделирование и оптимальное управление процессами индукционного нагрева цилиндрических заготовок под обработку давлением: Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. Самара, 2011.

33. Muramatsu, K. 3-D eddy current analysis in moving conductor of permanent magnet type of retarder using moving coordinate system / K. Muramatsu, N. Takahashi, T. Hashio, C. Yamada, M. Ogawa, S. Kobayashi, T. Kuwahara // IEEE Transactions on Energy Conversion. – 1999. – Vol. 14, № 4. – P. 1312-1317.
34. Nakata, T. 3-D non-linear eddy current analysis using the time-periodic finite element method / T. Nakata, N. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon // Magnetics, IEEE Transactions on. – 1989. – Vol. 25. № 5. – P. 4150-4152.
35. Albanese, R. A nonlinear eddy-current integral formulation for moving bodies / R. Albanese, F.I. Hantila, G. Preda, G. Rubinacci // Magnetics, IEEE Transactions on. – 1998. – Vol. 34. № 5. – P. 2529-2534.
36. Gotoh, Y. Study on problems in detecting plural cracks by alternating flux leakage testing using 3D nonlinear eddy current analysis / Y. Gotoh, N. Takahashi // Magnetics, IEEE Transactions on. – 2003. – Vol. 39. № 3. – P. 1527-1530.
37. Takahashi, N. Nonlinear analysis of eddy current and hysteresis losses of 3-D stray field loss model (Problem 21) / N. Takahashi, T. Sakura, Z. Cheng // Magnetics, IEEE Transactions on. – 2001. – Vol. 37. № 5. – P. 3672-3675.
38. Labridis, D. Finite element computation of eddy current losses in nonlinear ferromagnetic sheaths of three-phase power cables / D. Labridis, P. Dokopoulos // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1992. – Vol. 7. № 3. – P. 1060-1067.
39. Canova, A. Simplified approach for 3-D nonlinear induction heating problems / A. Canova, F. Dughiero, F. Fasolo, M. Forzan, F. Freschi, L. Giaccone, M. Repetto // Magnetics, IEEE Transactions on. – 2009. – Vol. 45. № 3. – P. 1855-1858.
40. Barglik, J. 3D modeling of induction hardening of gear wheels / J. Barglik, A. Smalcerz, R. Przylucki, I. Doležel // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2014. Vol. 270. – P. 231-240.
41. Flux – Режим доступа: <http://www.cedrat.com/en/software/flux.html> – Загл. с экрана.
42. Туголуков, Е.Н. Решение задач теплопроводности методом конечных интегральных преобразований: Учебное пособие / Е.Н. Туголуков. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 116 с.

43. Карпов, С.В. Моделирование и расчет нестационарных тепловых процессов индукционного нагрева при производстве резинотехнических изделий: Дисс. на соискание ученой степени к.т.н. Тамбов, 2012.
44. Кувалдин, А.Б. Индукционный нагрев ферромагнитной стали / А.Б. Кувалдин. М.: Энергоатомиздат, 1988. – 200 с.
45. Фельдман, И.А. Расчет и конструирование нагревателей электропечей сопротивления / И.А. Фельдман, М.Б. Гутман, Г.К. Рубин, Н.И. Шадрич. М.-Л.; Энергия, 1966. – 104 с.
46. Кудрявцев, И.Ф. Электрический нагрев и электротехнология / И.Ф. Кудрявцев, В.А. Карасенко. М.: Колос, 1975. – 384 с.
47. Дьяков, В.И. Типовые расчеты по электрооборудованию: Практ. пособие / В.И. Дьяков. М.: Высш. шк., 1991. – 160 с.
48. Назаров, Д. Обзор современных программ конечно-элементного анализа / Д. Назаров // САПР и графика. – 2000, №2.
49. COMSOL Multiphysics® – Режим доступа: <http://www.comsol.com/> – Загл. с экрана.
50. ELCUT – Режим доступа: <http://elcut.ru/> – Загл. с экрана.
51. CST - Computer Simulation Technology – Режим доступа: <https://www.cst.com/> - Загл. с экрана.
52. ANSYS - Simulation Driven Product Development – Режим доступа: <http://ansys.com/> – Загл. с экрана.
53. Муромцев, Д.Ю. Анализ и синтез энергосберегающего управления процессами нагрева на примере нагревательных установок: Дисс. на соискание учёной степени к.т.н. Тамбов, 2000.
54. Кабанов, А.А. Анализ и оперативный синтез оптимального управления тепловыми аппаратами с электронагревом: Дисс. на соискание учёной степени к.т.н. Тамбов 2003.
55. Bergan, P.G. An automatic time-stepping algorithm for dynamic problems / P.G. Bergan, E. Mollestad // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 1985. – Vol. 49. №. 3. – P. 299-318.

56. Hulbert, G.M. Automatic time step control algorithms for structural dynamics / G.M. Hulbert, I. Jang // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 1995. – Vol. 126. №. 1. – P. 155-178.
57. Ho, S.L. Application of automatic choice of step size for time stepping finite element method to induction motors / S.L. Ho, W.N. Fu, H.C. Wong // Magnetics, IEEE Transactions on. – 1997. – Vol. 33. №. 2. – P. 1370-1373.
58. Watts, H.A. Step size control in ODE solvers. / H.A. Watts. Sandia National Labs., Albuquerque, NM (USA), 1984.
59. Söderlind, G. Automatic control and adaptive time-stepping / Söderlind, G. // Numerical Algorithms. – 2002. – Vol. 31. № 1-4. – P. 281-310.
60. Бобровнический, Г.С. Разработка, создание и исследование прессового оборудования для производства сверхтвердых материалов обработкой высокими давлениями и температурами: Дисс. на соискание учёной степени к.т.н. Москва, 1999.
61. Kang, H.S. Enhanced mechanical properties of nanostructured  $WSi_2-NbSi_2$  composite synthesized and sintered by high-frequency induction heating / H.S. Kang, I.J. Shon // Materials Science and Engineering: A. – 2014. Vol. 606. – P. 228-232.
62. Некрасова, Н.С. Разработка методики расчета индукционных установок периодического действия для градиентного нагрева мерных цилиндрических заготовок: Дисс. на соискание учёной степени к.т.н. Москва, 2013.
63. Дмитриев, А.М. О целесообразности создания нестандартного малогабаритного прессового оборудования / А.М. Дмитриев // Технология легких сплавов. Всероссийский институт легких сплавов. 2010, № 2. С. 87-94.
64. Роганов, Л.Л. Перспективные направления развития оборудования для безотходного разделения сортового проката на мерные заготовки / Л.Л. Роганов, Н.В. Чоста // Обработка материалов давлением. 2013. №3 (36), С. 207-212.
65. Ноготкова, А.В. Разработка системы автоматизированного проектирования вертикальных гидравлических прессов. // Труды ТГТУ. Выпуск 20. Сборник научных статей молодых ученых и студентов. 2007.

66. Говорков, В.А. Электрические и магнитные поля. / В.А. Говорков. М.: Государственное издательство по вопросам связи и радио, 1951.
67. Матвеев, А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие. / А.Н. Матвеев. М.: Высш. школа, 1983. – 463 с.
68. Буль, О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: Магнитные цепи, поля и программа FEMM: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / О.Б. Буль. М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 336 с.
69. Стрэттон, Дж.А. Теория электромагнетизма / Дж.А. Стрэттон. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.
70. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952.
71. Гельперин, Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии. В двух книгах / Н.И. Гельперин. М.: Химия, 1981. – 812 с.
72. Фаворский, О.Н. Вопросы теплообмена в космосе / О.Н. Фаворский, Я.С. Каданер. М.: Высшая школа, 1967.
73. Гилл, Ф. Практическая оптимизация: Пер. с англ. / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. М.: Мир, 1985. – 509 с.
74. PTC Mathcad | ПО для проектирования изделий и инженерных расчетов | PTC – Режим доступа: <http://ru.ptc.com/product/mathcad> – Загл. с экрана.
75. Буль, О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / О.Б. Буль. М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 288 с.
76. Кувалдин, А.Б. Особенности расчета параметров электромагнитного поля в ферромагнитной стали / А.Б. Кувалдин // Промышленный электрообогрев и электроотопление. 2014. № 2. С. 26-30.
77. Moaveni, S. Finite element analysis: theory and application with ANSYS / Saeed Moaveni. 3 rd ed. Pearson Education, Inc., New Jersey, 2008.
78. Шишков, М.М. Марочник сталей и сплавов: Справочник. Изд. 3-е дополненное / М.М. Шишков. Донецк: Юго-Восток, 2002. – 456 с.

79. Зубченко, А.С. Марочник сталей и сплавов. 2-е изд., доп. и испр. / А.С. Зубченко, М.М. Колосков, Ю.В. Каширский и др. М.: Машиностроение, 2003. – 784 с.
80. Сорокин, В.Г. Стали и сплавы. Марочник: Справ. изд. / В.Г. Сорокин, М.А. Гервасьев, В.С. Палеев, И.В. Гервасьева, С.Я. Палеева. М.: «Интернет Инжиниринг», 2001. – 608 с.
81. Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учеб. для вузов. Т 3. – 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2004. – 377 с.
82. Трунов, Г.М. Коррекция электромагнитных единиц СИ / Г.М. Трунов // Законодательная и прикладная метрология, 2003, №6. С. 45-50.
83. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. / Л.А. Бессонов. М.: «Высшая школа», 1996.
84. Малыгин, Е.Н. Методика теплового расчета нагревательных плит прессов для изготовления резинотехнических изделий / Е.Н. Малыгин, С.В. Карпушкин, А.С. Крушати́н // Химическая промышленность сегодня. – 2009. №. 11. С. 48-56.
85. Карпушкин, С.В. Моделирование устройств индукционного нагрева на примере индукционных нагревательных плит вулканизационных прессов / С.В. Карпушкин, С.В. Карпов, А.О. Глебов // Вестник ТГТУ. 2011. Т. 17. № 1. С. 110-120.
86. Карпушкин, С.В. Моделирование процесса нагрева пресс-формы для производства резинотехнических изделий на индукционном вулканизационном прессе / С.В. Карпушкин, С.В. Карпов // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2011. №2/2 (286). С. 35-41.
87. Зигель, Р. Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. М.: Мир, 1975.
88. ТРМ 151-01. Универсальный программный измеритель-регулятор двухканальный – Режим доступа: [http://www.owen.ru/uploads/re\\_trm151-01\\_1481.pdf](http://www.owen.ru/uploads/re_trm151-01_1481.pdf)

89. Контрольно-измерительные приборы ОВЕН: датчики, контроллеры, регуляторы, измерители, блоки питания и терморегуляторы – Режим доступа: <http://www.owen.ru/> – Загл. с экрана.
90. Олссон, Г. Цифровые системы автоматизации и управления / Г. Олссон, Д. Пиани. СПб.: Невский Диалект, 2001. – 557 с.
91. Ziegler, J.G. Optimum Settings for Automatic Controllers / J.G. Ziegler, N.B. Nichols // Transactions of the A.S.M.E. November 1942. P. 759-765.
92. Вадутов, О.С. Настройка типовых регуляторов по методу Циглера-Никольса. Методические указания по выполнению лабораторной работы / О.С. Вадутов. Изд-во Томского политехнического университета, 2013.
93. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. М.: Наука, 1976.
94. Зедгинидзе, И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И.Г. Зедгинидзе. М.: Наука, 1976. – 390 с.
95. Форсайт, Дж. Машинные методы математических вычислений: пер. с англ. / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. М.: Мир, 1980. – 276 с.
96. Айвазян, С.А. Прикладная статистика: исследование зависимостей: справ. изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин; под ред. С.А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
97. Бондарь, А.Г. Планирование эксперимента в химической технологии (основные положения, примеры и задачи) / А.Г. Бондарь, Г.А. Статюха. Киев: Выща шк., 1976. – 184 с.
98. Кормен, Т.Х. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд.: Пер. с англ. / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. М.: ООО «И. Д. Вильямс», 2013. – 1328 с.
99. Форсайт, Дж. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений / Дж. Форсайт, К. Молер. М.: Мир, 1969. – 167 с.
100. Лоусон, Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов: Пер. с англ. / Ч. Лоусон, Р. Хенсон. М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1986. – 232 с.

101. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов / В.П. Тарасик. Мн.: ДизайнПРО, 2004. – 640 с.
102. Спиридонов, А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов / А.А. Спиридонов. М.: Машиностроение, 1981. – 184 с.
103. Box G.E.P. Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables / G.E.P. Box, D.W. Behnken // *Technometrics*. 1960. Vol. 2. №4. P. 455-475.
104. Нинул, А.С. Оптимизация целевых функций: Аналитика. Численные методы. Планирование эксперимента / А.С. Нинул. М.: Издательство Физико-математической литературы, 2009. – 336 с.
105. SolidWorks Russia – Режим доступа: <http://www.solidworks.ru/> – Загл. с экрана.
106. Иванова, Е.В. Численное моделирование комплекса теплофизических и термохимических процессов при вулканизации кабельных изделий / Е.В. Иванова, П.А. Стрижак // *Тепловые процессы в технике*. 2012. Т. 4. № 4. С. 187-192.
107. Кузнецов, Г.В. Математическое моделирование температурных полей в процессе вулканизации типичных кабельных изделий / Г.В. Кузнецов, Е.В. Иванова // *Известия Томского политехнического университета*. 2010. Т. 316. № 4. С. 38-41.
108. Дмитриев, О.С. Прямая и обратная задачи теплопроводности и диффузии в процессе прессования древесностружечных плит / О.С. Дмитриев, С.В. Мищенко, А.Ю. Серегин // *Вестник ТГТУ*. 2003. Т. 9. № 2. С. 243-251.
109. Дмитриев, О.С. Интегрированная информационно-измерительная система исследования свойств и расчета режимов отверждения полимерных композитов / О.С. Дмитриев, С.В. Мищенко, А.О. Дмитриев, И.С. Касатонов, С.О. Дмитриев // *Вестник ТГТУ*. 2008. Т. 14. № 2. С. 230-240.
110. Milani, G. A combined experimental-numerical rheometric and mechanical characterization of EPM/EPDM rubber for medium voltage cable applications vulcanized with peroxides / G. Milani, A. Galanti, C. Cardelli, F. Milani // *Journal of Applied Polymer Science*. – 2014. Vol. 131. № 8.



111. Карпов, С.В. Оценка эффективности пресс-форм для изготовления резинотехнических изделий и системы их обогрева на вулканизационном прессе / С.В. Карпов, С.В. Карпушкин // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2012. №3. С. 10-16.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Программная реализация алгоритмов определения переменного шага по времени

Алгоритмы определения переменного шага по времени, представленные в разделе 3.4 диссертации, реализованы на встроенном языке системы ANSYS. Ниже приведен листинг программы расчета температурных полей системы «плита – пресс-форма – изделие» с учетом автоматической стабилизации температуры. Использована оптимизированная модель нагревательной плиты с концентрическим расположением индукторов (см. раздел 4.2.2 диссертации). Программа написана на примере вулканизации мембраны (см. рис. 3.26, а).

```

/146ilename,pl_125_membr_auto_G ! имя расчета

*get,fn,active,0,jobname ! запись в переменную fn основного имени расчета
*dim,fname,char,2 ! строковый массив
fname(1)='-1'
fname(2)='-2'
/prep7
/units,mks ! система MKS

ctime=0 ! начальное время
ftime=4800 ! конечное время
deltmin=2 ! мин. Шаг по времени
deltmaxtr=50 ! макс. Шаг по времени в режиме регулирования
deltmaxin=100 ! макс. Шаг по времени на стадии предварительного
(начального) разогрева
timekpr=200 ! конечное время интервала для определения Kp
(максимального значения второй производной)

tpi=12 ! начальная температура плиты
ts=12 ! температура среды
tri=12 ! начальная температура изделия

tset=151 ! температура уставки (вулканизации резиновой смеси)
tdown=tset-1 ! нижний порог срабатывания регулятора
tup=tset+1 ! верхний порог срабатывания регулятора
trub=tdown ! температура «включения» изделия

! Геометрические параметры модели:
hp=50e-3 ! толщина плиты
xp=600e-3 ! длина плиты
yp=xp ! ширина плиты
hk=20e-3 ! толщина крышки
xraz1=262.5e-3 ! координата паза 1 (по средней линии)
t1=25e-3 ! ширина индуктора 1
xraz2=187.5e-3 ! координата паза 2
t2=25e-3 ! ширина индуктора 2
xraz3=127.5e-3 ! координата паза 3

```

```
t3=25e-3      ! ширина индуктора 3
xraz4=57.35e-3 ! координата паза 4
t4=25e-3      ! ширина паза 4
```

```
! Мощности индукторов, Вт:
```

```
P1=3276
P2=1483
P3=1131
P4=564.5
```

```
! Объемы индукторов:
```

```
v1=((2*xraz1+t1)**2-(2*xraz1-t1)**2)*t1
v2=((2*xraz2+t2)**2-(2*xraz2-t2)**2)*t2
v3=((2*xraz3+t3)**2-(2*xraz3-t3)**2)*t3
v4=((2*xraz4+t4)**2-(2*xraz4-t4)**2)*t4
```

```
! Удельные мощности индукторов:
```

```
Pd1=P1/v1
Pd2=P2/v2
Pd3=P3/v3
Pd4=P4/v4
```

```
! Построение твердотельной модели
```

```
! Плита:
```

```
k,1
k,2,xp/2
k,3,xp/2,xp/2
a,1,2,3
voffst,1,hp
```

```
! Индуктор 1:
```

```
k,10,xraz1-t1/2,,hp
k,11,xraz1+t1/2,,hp
k,12,xraz1+t1/2,xraz1+t1/2,hp
k,13,xraz1-t1/2,xraz1-t1/2,hp
a,10,11,12,13
voffst,6,-t1
vsbv,1,2
voffst,7,t1
numcmp,all
```

```
! Индуктор 2:
```

```
k,100,xraz2-t2/2,,hp
k,101,xraz2+t2/2,,hp
k,102,xraz2+t2/2,xraz2+t2/2,hp
k,103,xraz2-t2/2,xraz2-t2/2,hp
a,100,101,102,103
voffst,15,-t2
vsbv,2,3
voffst,16,t2
numcmp,all
```

```
! Индуктор 3:
```

```
k,100,xraz3-t3/2,,hp
k,101,xraz3+t3/2,,hp
k,102,xraz3+t3/2,xraz3+t3/2,hp
k,103,xraz3-t3/2,xraz3-t3/2,hp
a,100,101,102,103
```

```

voffst,24,-t3
vsbv,3,4
voffst,25,t3
numcmp,all

! Индуктор 4:
k,100,xpaz4-t4/2,,hp
k,101,xpaz4+t4/2,,hp
k,102,xpaz4+t4/2,xpaz4+t4/2,hp
k,103,xpaz4-t4/2,xpaz4-t4/2,hp
a,100,101,102,103
voffst,33,-t4
vsbv,4,5
voffst,34,t4
numcmp,all

! Крышка:
a,4,5,6
voffst,42,hk

vsymm,z,all,,,,,1

! Импорт твердотельной модели пресс-формы с изделием:
~parain,'prf_membrane_125','x_t','',solids,0,0
/facet,fine
/replot

vsel,s,,,1,6
vgen,2,all,,,0,0,115e-3+hp+hk,,1,0 !115e-3 - высота пресс-формы
allsel

vglue,all
numcmp,all

! Объемы: 1 - индуктор 1
!           2 - индуктор 2
!           3 - индуктор 3
!           4 - индуктор 4
!           5 - индуктор 1 верхний
!           6 - индуктор 2 верхний
!           7 - индуктор 3 верхний
!           8 - индуктор 4 верхний
!           9 - центровик
!          10 - крышка нижняя
!          11 - крышка верхняя
!          12 - основание верхнее
!          13 - основание нижнее
!          14 - матрица пресс-формы
!          15 - мембрана
!          16 - пуансон пресс-формы

! Координаты контрольной термопары:
xt=xpaz1
yt=0
zt=-15e-3

et,1,70,,1      ! конечные элементы (КЭ) плит и пресс-формы
et,2,70,,1      ! элементы изделия

```

```

mpTEMP
mpTEMP,1,10,100,200,300 ! таблица температур для свойств материалов
mpDATA,dens,1,1,7825,7799,7769,7735 ! плотность стали 45
mpDATA,kxx,1,1,49,48,47,44 ! теплопроводность стали 45
mpDATA,c,1,1,473,498,515,536 ! теплоемкость стали 45

! Свойства каучука:
mp,dens,2,956
mpTEMP
mpTEMP,1,0,100,150
mpDATA,c,2,1,350,500,830
mpDATA,kxx,2,1,0.1,0.155,0.215

mshape,1,3D
mat,2
type,2
esize,3e-3 ! размеры КЭ
vmesh,15 ! разбиение мембраны на КЭ

mat,1
type,1
esize,5e-3
! Разбиение матрицы и пуансона пресс-формы на КЭ:
vmesh,14
vmesh,16

esize,8e-3
vmesh,1,8 ! разбиение индукторов на КЭ

vmesh,9 ! разбиение центровика пресс-формы

vmesh,10,11 ! разбиение крышек плит на КЭ

esize,9.5e-3
vmesh,12,13 ! разбиение оснований плит на КЭ

! Теплоотдача боковых поверхностей плит:
asel,s,loc,x,xp/2
sfa,all,,conv,10,ts ! коэффициент теплоотдачи 10 Вт/(м2*К)
allsel

! Теплоотдача рабочих поверхностей:
asel,s,,,151 ! 151 - номер поверхности
asel,a,,,142
sfa,all,,conv,6.5,ts
allsel

! Теплоотдача пресс-формы:
asel,s,,,91
asel,a,,,43
sfa,all,,conv,5.5,ts
allsel

! Задание удельных тепловыделений нагревателей:
bfv,1,hgen,Pd1
bfv,2,hgen,Pd2
bfv,3,hgen,Pd3

```

```
bfv,4,hgen,Pd4
bfv,5,hgen,Pd1
bfv,6,hgen,Pd2
bfv,7,hgen,Pd3
bfv,8,hgen,Pd4
```

```
et,2,0 ! «выключение» КЭ изделия на стадии разогрева системы
fini
```

```
! _____ Блок решения
```

```
/solu
antype,trans
tunif,tpi ! начальная температура плиты
cnvtol,heat,1
kbc,1
autots,off
deltim,deltmin
outres,nsol,last
physics,write,thermal
fini

Pd1cur=Pd1
Pd2cur=Pd2
Pd3cur=Pd3
Pd4cur=Pd4
sw=1 ! источник тепла включен (0 - выключен)
iter=1
rub=0 ! изделие «выключено» (1 - необходимо включить, 2 - включено)
det=0 ! если 1, то требуется возврат на предыдущую итерацию
det2=1
det3=0 ! идентификатор 1-ой итерации после срабатывания регулятора
unit=1 ! «мигающая» единица
tprev=tpi
plprev=0
p2=0
Kp=1e-9
switer=0 ! порядковый номер переключения
switern=0 ! следующий порядковый номер переключения (switer next)
delt=0
deltmax=deltmaxin
```

```
*dim,dat,array,2 ! температуры двух последних итераций
```

```
*dowhile,det2
unit=unit*(-1)
```

```
*if,unit,eq,1,then
```

```
ind=2
```

```
*else
```

```
ind=1
```

```
*endif
```

```
/150ilename, strcat(fn, fname(ind))
```

```
/solu
```

```
*if,iter,gt,1,then
```

```
*if,det,eq,0,then
```

```
ldread,temp,,delt,2, strcat(fn, fname(ind-unit)), 'rth', ' ' ! задание
температуры из результатов предыдущей итерации в качестве НУ
```

```

    *else
      lhread,temp,,,delt,2,, 'rth', ' \
    *endif
*endif

*if,rub,eq,1,and,det,eq,0,then
fini
/prep7
et,2,70,,1           ! «ВКЛЮЧЕНИЕ» ИЗДЕЛИЯ
rub=2
fini
/solu
esel,s,type,,2
nsle
ic,all,temp,tri
allsel
*endif

bfv,1,hgen,Pd1cur
bfv,2,hgen,Pd2cur
bfv,3,hgen,Pd3cur
bfv,4,hgen,Pd4cur
bfv,5,hgen,Pd1cur
bfv,6,hgen,Pd2cur
bfv,7,hgen,Pd3cur
bfv,8,hgen,Pd4cur

*if,ctime,lt,timekp,and,abs(p2),gt,Kp,then
  Kp=abs(p2)
*endif

!

---

Модуль определения шага
delt1=2*delt
delt2=deltmax*(1-abs(p2)/Kp)
*if,delt1,gt,delt2,then
  deltcu=r=delt2
*else
  deltcu=r=delt1
*endif

*if,deltcur,gt,deltmax,then
  deltcu=r=deltmax
*endif
*if,deltcur,lt,deltmin,then
  deltcu=r=deltmin
*endif

*if,sw,eq,0,and,p1,gt,0,then           ! запрет на изменение шага в фазе
инерционности
  deltcu=r=delt
*endif
*if,sw,eq,1,and,p1,lt,0,then
  deltcu=r=delt
*endif

*if,det3,eq,1,then
  deltcu=r=deltmin
  det3=0

```

```

*endif
!


---


*if, det, eq, 1, then
  ctime=ctime-delt+b
  delt=b
  det=0
  det3=1
*else
  delt=deltcur
  ctime=ctime+delt
*endif

time, delt
deltim, delt
solve
fini

/post1
! температура в контрольных точках (пространственная интерполяция):
path, cont, 2, 5, 1
ppath, 1, , xt, yt, zt
ppath, 2, , xt, yt, zt
pdef, res, temp
paget, patemp, tabl ! запись данных в массив patemp
tcont=patemp(1, 5) ! температура в первой точке
*del, patemp

*if, rub, eq, 2, then
  esel, s, type, , 2
  etable, tt, temp
  esort, etab, tt, 0, 0
  *get, tmax, sort, 0, max ! макс. Температура изделия
  *get, tmin, sort, 0, min ! мин. Температура изделия
  etable, erase
  allsel
*endif
*if, rub, eq, 0, then
  tmax=tri
  tmin=tri
*endif
dtmax=tmax-tmin
fini

dat(ind)=tcont

*if, rub, eq, 0, and, dat(ind), gt, trub, then
  rub=1
  tf=trub
  det=1
  switern=switer+1
*endif
*if, rub, ne, 1, then
  *if, dat(ind), gt, tup, and, sw, eq, 1, then
    sw=0
    tf=tup
    det=1
    switern=switer+1
  
```



```

*endif
*if, dat(ind), lt, tdown, and, sw, eq, 0, then
  sw=1
  tf=tdown
  det=1
  switern=switer+1
*endif
*endif

*if, det, eq, 1, then      ! определение момента срабатывания регулятора или
вкл. изделия с помощью G-алгоритма
  b=delt*(tf-dat(ind-unit))/(dat(ind)-dat(ind-unit)) ! лин. интерполяция
*else
  b=delt
*endif

*if, det, eq, 0, then

  ! Вычисление управляющих воздействий:
  Pd1cur=0.5*Pd1*(1+(-1)**(sw+1))
  Pd2cur=0.5*Pd2*(1+(-1)**(sw+1))
  Pd3cur=0.5*Pd3*(1+(-1)**(sw+1))
  Pd4cur=0.5*Pd4*(1+(-1)**(sw+1))
  pall=Pd1cur*v1+Pd2cur*v2+Pd3cur*v3+Pd4cur*v4   ! полная мощность

  p1=(tcont-tprev)/delt   ! первая производная температуры
  p2=(p1-p1prev)/delt    ! вторая производная температуры
  tprev=tcont
  p1prev=p1
  *if, iter, eq, 1, then
    *c fopen, fn, 'txt', ' ' \
  *endif
  *if, iter, gt, 1, then
    *c fopen, fn, 'txt', ' ' \, append
  *endif
  *vwrite, ctime, pall, tcont, p1, p2, tmin, tmax, dtmax ! запись результатов в
текстовый файл
  (f8.2, ' ' \, f8.2, ' ' \, f8.4, ' ' \, e10.4, ' ' \, e10.4, ' ' \, f8.4, ' ' \, f8.4, '
\, f8.4) ! форматы чисел
  *cfclos
*endif

*if, ctime, gt, ftime, then
  det2=-1
*endif

! _____ Запись в текстовый файл
времени вкл. изделия и переключения регулятора
*if, switern, gt, switer, and, det3, eq, 1, then
  switer=switern
  *if, switer, eq, 1, then
    deltmx=deltmxtr      ! изменение максимального шага для режима
регулирования
    *c fopen, fn, 'dat', ' ' \
  *endif
  *if, switer, gt, 1, then
    *c fopen, fn, 'dat', ' ' \, append
  *endif

```

```
    *vwrite,ctime,tcont
    (f8.2,'  ',f8.4)
    *cfclos
*endif
!_____

    iter=iter+1
*enddo
save
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Справка о практическом использовании результатов исследований на ЗАО «Завод Тамбовполимермаш»



Закрытое  
акционерное общество  
«Завод Тамбовполимермаш»  
(ЗАО «Завод Тамбовполимермаш»)  
Лукинская ул., д.9, Москва г., 119634  
Почтовый адрес:  
Советская ул., д.194, Тамбов, 392031  
Тел.: (4752) 53-50-09, 57-13-53  
Факс: (4752) 57-12-91, 57-12-30  
E-mail: zavod@tambovpolimer.ru  
ОКПО 77072375, ОГРН 1056882334233  
ИНН/КПП 6829014060/772901001

\_\_\_\_\_ N \_\_\_\_\_

На N \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

#### СПРАВКА

о практическом использовании результатов исследований ассистента кафедры КИСМ ТГТУ Глебова А.О. в ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» при решении задачи проектирования высокотемпературной нагревательной плиты с воздушным охлаждением.

Настоящим документом подтверждаем, что ассистентом кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» Глебовым А.О. разработаны численные методы и алгоритмы расчета термонагруженных элементов прессового оборудования, позволяющие определять характеристики нагревателей и находить объемные температурные поля в режимах нагрева и стабилизации температуры.

В конструкторском отделе ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» внедрены результаты расчетов Глебова А.О. На основе предложенных методов разработана конструкторская документация на нагревательную плиту электрическую с воздушным охлаждением ЯБИР 704.271.043.36 с максимальной температурой нагрева 550 °С. Результаты проведенных Глебовым А.О. расчетов также позволили осуществить настройку параметров терморегуляторов для реализации заданных законов нагрева, выдержки и охлаждения плит.

Проект позволил ЗАО «Завод Тамбовполимермаш» осуществить выпуск качественно новых гидравлических прессов, предназначенных для термообработки изделий из металлов и сплавов.

Экономический эффект от применения разработанных методов и алгоритмов оценивается в 450000 рублей.

Главный конструктор

Генеральный директор



Р.Н. Дементьев

А.А. Ницев